XXIII prof. K. Baršausko fizikos konkursas

Kaunas, 2018-03-03

10 klasė (25 balai)

Uždavinys 1.

Dviejų litrų talpos aliuminio virdulys yra pilnai užpildomas 20 °C temperatūros vandeniu. Virdulys pastatomas ant elektrinės plytelės, kurios naudingumo koeficientas yra 30 %. Žinoma, kad elektrinės plytelės galia yra 5 kW, o virdulio masė – 500 g. Raskite laiką, per kurį vandens masė virdulyje sumažės 100 g. Vandens tankis 1000 kg/m^3, vandens savitoji šiluma – 4200 J/(kg K), aliuminio savitoji šiluma – 900 J/(kg K), vandens savitoji garavimo šiluma – 2,25 10^6 J/kg.

(4 balai)

Sprendimas:

Šilumos kiekis, kurį išskiria elektrinė plytelė vandeniui kaitinti:

$$Q = P \cdot \eta \cdot \tau; \qquad (1)$$

čia P – elektrinės plytelės galia, τ – laikas, η – naudingumo koeficientas.

Elektrinės plytelės išskiriama šiluma, sunaudojama sušildyti vandenį iki virimo temperatūros (100 °C):

$$Q_1 = c_v \cdot m_v (t_2 - t_1); \qquad (2)$$

virduliui įkaitinti:

$$Q_2 = c_a \cdot m_a (t_2 - t_1); \qquad (3)$$

ir vandeniui išgarinti:

$$Q_3 = \lambda \cdot \Delta m. \qquad (4)$$

Vadinasi, visas šilumos kiekis, kuris reikalingas išgarinti 100 g vandens bus:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3. \qquad (5)$$

Atsižvelgę į (1), (2), (3) ir (4) lygtis gauname:

$$P \cdot \eta \cdot \tau = c_v \cdot m_v (t_2 - t_1) + c_a \cdot m_a (t_2 - t_1) + \lambda \cdot \Delta m. \qquad (6)$$

Iš (6) lygties išreiškiame laiką:

$$\tau = \frac{c_v \cdot m_v (t_2 - t_1) + c_a \cdot m_a (t_2 - t_1) + \lambda \cdot \Delta m}{P \cdot \eta} = \frac{4200 \cdot 2 \cdot 80 + 900 \cdot 0,5 \cdot 80 + 2,25 \cdot 10^6 \cdot 0,1}{5 \cdot 10^3 \cdot 0,3} =$$

$$= \frac{672 \cdot 10^3 + 36 \cdot 10^3 + 225 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^3} = \frac{933 \cdot 10^3}{1,5 \cdot 10^3} = 622 s.$$

Atsakymas: 622 s.

Uždavinys 2.

Lazerio spindulys krenta iš oro į terpę, kurioje šviesos sklidimo greitis pasikeičia 33,3 %. Raskite šios terpės absoliutųjį lūžio rodiklį.

(3 balai)

Sprendimas:

Absoliutusis lūžio rodiklis:

$$n = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{v}}; \qquad (1)$$

čia c – šviesos greitis vakuume, v – šviesos greitis terpėje.

Šviesos greitis ore lygus šviesos greičiui vakuume. n parodo, kiek kartų šviesos greitis terpėje mažesnis už šviesos greitį vakuume. Taigi šviesos greitis terpėje sumažėja 33,3 % ir lygus:

$$v = (1 - 0{,}333)\mathrm{c}. \qquad (2)$$

Pasinaudojus (1) lygtimi

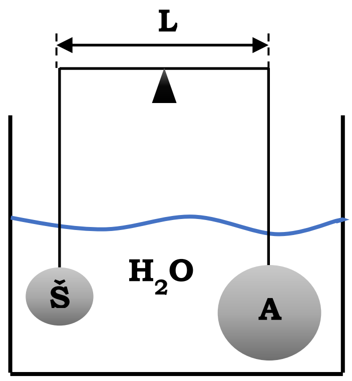
$$n = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{v}} = \frac{\mathrm{c}}{(1-0{,}333)\mathrm{c}} = 1{,}5.$$

Atsakymas: $n = 1{,}5$.

Uždavinys 3.

Ant labai lengvo plono $L = 20\ cm$ sverto vieno galo prikabintas švininis rutuliukas, o ant kito galo – aliumininis rutuliukas. Abu rutuliukai panardinami į vandenį (žr. 1 pav.). Sverto centre pastatoma atrama. Kai abu rutuliukai vandenyje, svertas yra pusiausvyros padėtyje. Kokiu atstumu reikia pastumti aliumininį rutuliuką, kad svertas, ištrauktas iš vandens, liktų pusiausvyros padėtyje? Švino tankis – $\rho_{š} = 1{,}13 \cdot 10^4\ kg/m^3$, aliuminio tankis – $\rho_a = 2{,}7 \cdot 10^3\ kg/m^3$, vandens tankis – $\rho_v = 10^3\ kg/m^3$.

(6 balai)



1 pav. Indas su vandeniu ir rutuliukais

Sprendimas:

Sakykime, kad švino rutuliuko masė yra $m_{š} = \rho_{š} V_{š}$, o aliumininio rutuliuko masė – $m_a = \rho_a V_a$, kur $V_{š}$ ir V_a yra švininio ir aliumininio rutuliuko tūriai. Kai abu rutuliukai panardinti į vandenį, juos veikia Archimedo jėgos:

švininį rutuliuką: $F_A^{š} = \rho_v V_{š} g$; (1)

aliumininį rutuliuką: $F_A^{a} = \rho_v V_a g$. (2)

Kai abu rutuliukai panardinti vandenyje, svertas išlieka pusiausvyros padėtyje, vadinasi, turi galioti lygybė:

$$\left(m_{š} g - F_A^{š}\right)\frac{L}{2} = \left(m_a g - F_A^{a}\right)\frac{L}{2}; \qquad (3)$$

arba

$$\left(\rho_{š} V_{š} g - \rho_v V_{š} g\right)\frac{L}{2} = \left(\rho_a V_a g - \rho_v V_a g\right)\frac{L}{2}; \qquad (4)$$

Suprastinus abi puses gaunama tokia lygybė:

$$V_{š}\left(\rho_{š} - \rho_v\right)\frac{L}{2} = V_a\left(\rho_a - \rho_v\right)\frac{L}{2}; \qquad (5)$$

Rutuliukų masė ir tūris nėra žinomi, tačiau galima sužinoti rutuliukų tūrių santykį:

$$\frac{V_{š}}{V_a} = \frac{\left(\rho_a - \rho_v\right)}{\left(\rho_{š} - \rho_v\right)}; \qquad (6)$$

Dabar reikia užrašyti rutuliukų pusiausvyros lygtis, kai rutuliukai yra ištraukti iš vandens. Čia reikės įvesti nežinomą atstumą, kurį reikės surasti, tarkime – x:

$$\left(\rho_š V_š g-\rho_o V_š g\right)\frac{L}{2}=\left(\rho_a V_a g-\rho_o V_a g\right)\left(\frac{L}{2}-x\right); \qquad (7)$$

kadangi $\rho_o \ll \rho_š$ ir $\rho_o \ll \rho_a$, kur ρ_o – oro tankis $\left(\rho_o = 1{,}25\,kg/m^3\right)$. Tuomet Archimedo jėgos ore, kai rutuliukai yra ištraukti iš vandens, galima nepaisyti. Taigi pusiausvyros lygtis rutuliukams ore šiuo atveju bus:

$$\rho_š V_š \frac{L}{2}=\rho_a V_a\left(\frac{L}{2}-x\right), \quad (9) \qquad \frac{V_š}{V_a}=\frac{2}{L}\frac{\rho_a}{\rho_š}\left(\frac{L}{2}-x\right); \quad (10)$$

Rutuliukų tūrių santykį reikia pakeisti jau rastu sąryšiu:

$$\frac{V_š}{V_a}=\frac{2}{L}\frac{\rho_a}{\rho_š}\left(\frac{L}{2}-x\right)=\frac{\left(\rho_a-\rho_v\right)}{\left(\rho_š-\rho_v\right)}; \qquad (11)$$

Ir išreikšti nežinomą dydį x:

$$x=\frac{L}{2}-\frac{\rho_š}{\rho_a}\frac{L}{2}\frac{\left(\rho_a-\rho_v\right)}{\left(\rho_š-\rho_v\right)}=\frac{L}{2}\left(\frac{\rho_a\rho_š-\rho_a\rho_v-\rho_š\rho_a+\rho_š\rho_v}{\rho_a\left(\rho_š-\rho_v\right)}\right)=\frac{L}{2}\left(\frac{\rho_š\rho_v-\rho_a\rho_v}{\rho_a\left(\rho_š-\rho_v\right)}\right)=\frac{L}{2}\frac{\rho_v\left(\rho_š-\rho_a\right)}{\rho_a\left(\rho_š-\rho_v\right)}; \qquad (12)$$

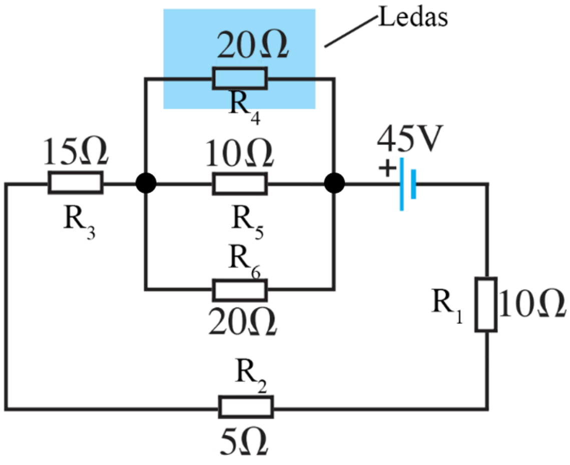
Belieka surašyti visus žinomus dydžius į gautą ieškomo atstumo išraišką ir suskaičiuoti:

$$x=\frac{0{,}2\cdot 10^3\left(1{,}13\cdot 10^4-2{,}7\cdot 10^3\right)}{2\cdot 2{,}7\cdot 10^3\left(1{,}13\cdot 10^4-10^3\right)}=0{,}031\,m. \qquad (13)$$

Atsakymas: Aliumininį rutuliuką reikia pastumi 3 cm švininio rutuliuko link.

Uždavinys 4.

Grandinėje (žr. 2 pav.) esantis rezistorius yra užšaldytas dideliame ledo bloke (0 °C). Ledo savitoji lydymosi šiluma yra $L = 3{,}34 \cdot 10^5\ J/kg$. Kiek ledo bus ištirpinta po 16,15 min? (4 balai)



2 pav. Grandinė

Sprendimas:

Randame grandinės varžą:

$$R_{gr}=R_1+R_2+R_3+\frac{1}{\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}+\frac{1}{R_6}}=R_1+R_2+R_3+R_{456}$$
$$=10\Omega+5\Omega+15\Omega+\frac{1}{\frac{1}{20\Omega}+\frac{1}{10\Omega}+\frac{1}{20\Omega}}=35\Omega; \qquad (1)$$

Randame grandine tekančios srovės stiprį:

$$I = \frac{U}{R_{gr}} = \frac{45V}{35\Omega} = \frac{9}{7}\ A = 1{,}286\ A; \quad (2)$$

Randame įtampos krytį rezistoriuje R_4:

$$U = IR_{456} = \frac{9}{7}A \cdot 5\Omega = \frac{45}{7}V \approx 6{,}429\ V; \quad (3)$$

Srovės galia:

$$P = \frac{U^2}{R_4} = \frac{2025}{49 \cdot 20}\ W = \frac{405}{196}\ W = 2{,}066\ W; \quad (4)$$

Ledui perduotas šilumos kiekis per 16,15 min.:

$$Q = P \cdot t = 2{,}066\ W \cdot 969\ s = 2002\ J; \quad (5)$$

Ištirpinto ledo masė:

$$m = \frac{Q}{L} = \frac{2002\ J}{3{,}34 \cdot 10^5 J/kg} \approx 0{,}006\ kg \approx 6\ g. \quad (6)$$

Atsakymas: $6\ g$.

Uždavinys 5.

Difrakcinė gardelė vienu metu apšviečiama 430 nm bangos ilgio šviesa ir kito, nežinomo, bangos ilgio šviesa. Nežinomo bangos ilgio penktosios eilės difrakcinis maksimumas sutampa su 430 nm bangos ilgio šviesos šeštosios eilės difrakciniu maksimumu. Koks antrojo šviesos šaltinio skleidžiamos spinduliuotės bangos ilgis? (3 balai)

Sprendimas:

d periodo difrakcinės gardelės *k* – osios eilės difrakcinio maksimumo poziciją galima aprašyti:

$$dsin\varphi_k = k\lambda; \quad (1)$$

čia φ_k – λ bangos ilgio *k* -osios eilės difrakcinio maksimumo sudaromas kampas su paviršiaus statmeniu. (1) išraiška mūsų atveju $\lambda_1 = 430\ nm$ ir nežinomam bangos ilgiui λ_2 įgyja tokias formas:

$$dsin\varphi_{k_1} = k_1\lambda_1; \quad (2)$$

$$dsin\varphi_{k_2} = k_2\lambda_2; \quad (3)$$

Žinant, kad penktosios eilės nežinomo bangos ilgio λ_2 difrakcinis maksimumas $(k_2 = 5)$ persidengia su šeštosios eilės žinomo bangos ilgio λ_1 diffrakciniu maksimumu $(k_1 = 6)$, galima teigti, kad:

$$\varphi_5 = \varphi_6; \quad (4)$$

Tada galima 2-osios ir 3 -osios lygčių dešiniąsias puses sulyginti:

$$5 \cdot \lambda_2 = 6 \cdot \lambda_1; \quad (5)$$

Sulyginę sukeliame nežinomuosius į kairę lygties pusę:

$$\lambda_2 = \frac{6}{5} \cdot \lambda_1 = \frac{6}{5} * 430\ nm = 516\ nm. \quad (5)$$

Atsakymas: nežinomas bangos ilgis $\lambda_2 = 516\ nm$.

Uždavinys 6.
Kai daiktas fotografuojamas iš 15 m atstumo, ant fotoaparato matinio stiklo susidaro 30 mm aukščio atvaizdas. Fotografuojant iš 9 m atstumo, susidaro 51 mm aukščio atvaizdas. Raskite objektyvo židinio nuotolį. (5 balai)

Sprendimas:

Užrašome plonojo lęšio formulę abiem atvejais, kai daiktas nutolęs d_1 ir d_2 atstumu nuo fotoaparato:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}; \tag{1}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}; \tag{2}$$

čia F – objektyvo židinio nuotolis, d_1 = 15 m – atstumas nuo fotoaparato iki daikto, d_2 = 9 m – atstumas nuo fotoaparato iki daikto, f_1 ir f_2 – atstumas nuo lęšio iki atvaizdo.

Užrašome lęšio didinimo formulę abiem atvejais:

$$\frac{H_1}{h} = \frac{f_1}{d_1}; \tag{3}$$

$$\frac{H_2}{h} = \frac{f_2}{d_2}; \tag{4}$$

čia H_1 = 30 mm, H_2 = 51 mm – atvaizdo aukštis atitinkamu atveju, h – daikto aukštis.

Iš formulių (3) ir (4) išreiškiame atstumus nuo lęšio iki atvaizdo kiekvienam atvejui atskirai ir šias išraiškas įstatome į formules (1) ir (2):

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_1} + \frac{h}{H_1 \cdot d_1}; \tag{5}$$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d_2} + \frac{h}{H_2 \cdot d_2}. \tag{6}$$

Iš formulės (6) randame daikto aukštį ir įrašome į formulę (5) bei atlikę aritmetinius veiksmus, gausime objektyvo židinio nuotolį:

$$F = \frac{H_2 \cdot d_2 - H_1 \cdot d_1}{H_2 - H_1} \approx 0{,}43\ m.$$

Atsakymas: 0,43 m.