XXIV prof. K. Baršausko fizikos konkursas

Kaunas, 2019-03-02

10 klasė (25 balai)

Uždavinys 1.

Petras krosnį kūrena malkomis, o Jonas – durpių briketais. Kokį kiekį kuro reikia sukūrenti, kad iš 20 kg sniego, kurio pradinė temperatūra buvo -10 ºC, gautume 20 ºC temperatūros vandenį. Krosnies naudingo veiksmo koeficientas yra 65 %, o sniegui tirpdyti ir šildyti sunaudojama tik 50 % krosnies išskiriamos šilumos. Vandens savitoji šiluma – 4200 J/(kg·ºC), sniego savitoji lydymosi šiluma – $3{,}4 \cdot 10^5$ J/kg, sniego savitoji šiluma – 2100 J/(kg·ºC), malkų degimo šiluma – $15 \cdot 10^6$ J/kg, o durpių degimo šiluma – $22 \cdot 10^6$ J/kg.

(4 balai)

Sprendimas:

Krosnies išskiriama šiluma bus sunaudojama sniegui šildyti (pasiekti 0 °C):

$$Q_1 = c_L \cdot m(t_2 - t_1), \qquad (1)$$

sniegui ištirpinti:

$$Q_2 = \lambda \cdot m, \qquad (2)$$

ir vandeniui sušildyti iki 20 °C:

$$Q_3 = c_v \cdot m(t_3 - t_2). \qquad (3)$$

Vadinasi, visas šilumos kiekis, kuris reikalingas 20 kg sniego paversti į vandenį, kurio temperatūra būtų 20 ºC bus:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3. \qquad (4)$$

Atsižvelgus į (1), (2), (3) ir (4) lygtis randame reikalingą šilumos kiekį:

$$Q = c_L \cdot m(t_2 - t_1) + c_v \cdot m(t_3 - t_2) + \lambda \cdot m = 2100 \cdot 20 \cdot 10 + 4200 \cdot 20 \cdot 20 + 3{,}4 \cdot 10^5 \cdot 20 =$$
$$= 4{,}2 \cdot 10^5 + 16{,}8 \cdot 10^5 + 68 \cdot 10^5 = 89 \cdot 10^5 J.$$

Krosnies išskiriamas naudingas šilumos kiekis yra:

$$Q_n = Q_V \cdot \eta_1. \qquad (5)$$

Šilumos kiekis, kuris naudojamas sniegui tirpinti ir vandeniui šildyti:

$$Q = Q_n \cdot \eta_2. \qquad (6)$$

Randame šilumos kiekį, kurį turi išskirti sudegęs kuras:

$$Q_V = \frac{Q}{\eta_1 \cdot \eta_2} = \frac{89 \cdot 10^5}{0{,}65 \cdot 0{,}5} \approx 27{,}4 \cdot 10^6 J. \qquad (7)$$

Šilumos kiekis, gautas sudeginus malkas ir durpes, bus:

$$Q_V = q_m \cdot m_m \ (8) \text{ ir } Q_V = q_d \cdot m_d. \qquad (9)$$

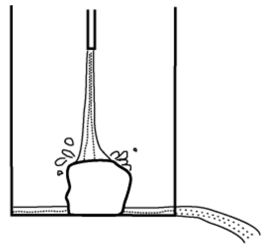
Iš (8) ir (9) lygčių surandame reikalingą malkų ir durpių kiekį:

$$m_m = \frac{Q_V}{q_m} = \frac{27{,}4\cdot 10^6}{15\cdot 10^6} \approx 1{,}83 kg \text{ ir } m_d = \frac{Q_V}{q_d} = \frac{27{,}4\cdot 10^6}{22\cdot 10^6} \approx 1{,}25 kg.$$

Atsakymas: 1,83 kg ir **1,25 kg**.

Uždavinys 2.

Į indą, kurio dugnas turi nedidelę skylę, patalpinamas didelis $T_0 = 0\,^oC$ temperatūros ledo gabalas (1 pav.). Ant ledo iš viršaus kurį laiką pilamas $T_1 = 20\,^oC$ temperatūros vanduo 1 gramo per sekundę greičiu. Koks vandens kiekis išteka iš indo per tą patį laiką, jei ištekančio vandens temperatūra yra $T_2 = 3\,^oC$?



1 pav. Kiauras indas su ledu

Ledo ir vandens šilumos mainų su aplinkos oru ir indu galima nepaisyti. Vanduo inde nesikaupia. Savitoji vandens šiluminė talpa – $C = 4.2\,kJ/(kg\cdot{}^\circ C)$, savitoji ledo lydimos šiluma – $\lambda = 330\,kJ/(kg)$. (5 balai)

Sprendimas:

Pilamas vanduo lydo ledą ir šildo ištirpusį ledo vandenį iki T_2 temperatūros. Šiam procesui sunaudojamas šilumos kiekis, kurį galima apskaičiuoti:

$$Q_L = \lambda\Delta m_0 + C\Delta m_0\Delta T = \Delta m_0\left(\lambda + \left(T_2 - T_0\right)\right). \qquad (1)$$

Kur Δm_0 – ištirpusio ledo vandens masė. Toks pats šilumos kiekis, kurio reikia ledui ištirpinti ir sušildyti jo vandenį, yra paimamas iš bėgančio vandens:

$$Q_V = C\Delta m_1\Delta T = C\Delta m_1\left(T_1 - T_2\right). \qquad (2)$$

Kur $\Delta m_1 = k_1\Delta t$, $k_1 = 10^{-3}\frac{kg}{s}$ – vandens kiekis, tenkantis ledui per vieną sekundę. Iš indo ištekės ledą tirpinančio ir ištirpusio vandens masė:

$$\Delta m_1 + \Delta m_0 = k_2\Delta t, \qquad (3)$$

$$k_2 = \frac{\Delta m_1 + \Delta m_0}{\Delta t}. \qquad (4)$$

Kur k_2 – ištekančio iš indo vandens kiekis per laiko tarpą Δt. Nežinomą ištirpusio ledo masę Δm_0 galima išsireikšti iš (1):

$$\Delta m_0 = \frac{C\Delta m_1\left(T_1 - T_2\right)}{\lambda + C\left(T_2 - T_0\right)}. \qquad (5)$$

Ištirpusio ledo masę Δm_0, įstačius į (4), randamas ištekančio vandens kiekis:

$$k_2 = \frac{\Delta m_1}{\Delta t} + \frac{\Delta m_1}{\Delta t}\left(\frac{C\left(T_1 - T_2\right)}{\lambda + C\left(T_2 - T_0\right)}\right) = \frac{\Delta m_1}{\Delta t}\left(1 + \frac{C\left(T_1 - T_2\right)}{\lambda + C\left(T_2 - T_0\right)}\right) = k_1\left(1 + \frac{T_1 - T_2}{T_2 - T_0 + \dfrac{\lambda}{C}}\right), \qquad (6)$$

$$k_2 = \left(1 + \frac{20-3}{3-0+\frac{330\cdot 10^3}{4.2\cdot 10^3}}\right)\cdot 10^{-3} = 1.21\cdot 10^{-3}\,\frac{kg}{s}. \qquad (7)$$

Atsakymas: Vanduo iš indo teka 1.2 gramo per sekundę greičiu.

Uždavinys 3.

Lazerio spindulys krinta statmenai į difrakcijos gardelę, panardintą į vandenį, kurio absoliutusis lūžio rodiklis 1,333. Difrakcijos gardelė viename milimetre turi 540 rėžių. Lazerio generuojamos šviesos dažnis yra $4{,}58\cdot 10^{14}$ Hz. Kiek daugiausiai maksimumų galima stebėti su šia difrakcijos gardele ekrane, esančiame už gardelės?

(5 balai)

Sprendimas

Difrakcijos maksimumo sąlyga yra:

$$d\cdot\sin\varphi = \pm k\cdot\lambda\,, \qquad (1)$$

čia d – difrakcijos gardelės periodas, φ – difrakcijos kampas, k – maksimumo eilė, skaičiuojama nuo centro, λ – šviesos bangos ilgis, kuris apskaičiuojamas:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{n\cdot f}\,, \qquad (2)$$

čia v – šviesos greitis vandenyje, c – šviesos greitis vakuume, f – šviesos dažnis, n – vandens absoliutusis lūžio rodiklis.

Difrakcijos gardelės periodas bus:

$$d = \frac{l}{m}\,, \qquad (3)$$

čia l – gardelės dalies plotis, kuriame yra m rėžių.

Pasinaudojus (1), (2) ir (3) lygtimis, galima apskaičiuoti didžiausią maksimumo eilę, priimant, kad kampas φ yra 90°:

$$k = \frac{d\cdot\sin\phi}{\lambda} = \frac{n\cdot f\cdot l\cdot\sin\phi}{c\cdot m} = \frac{1{,}333\cdot 4{,}58\cdot 10^{14}\cdot 1\cdot 10^{-3}\cdot\sin 90^0}{3\cdot 10^8\cdot 540} = 3{,}769\,. \qquad (4)$$

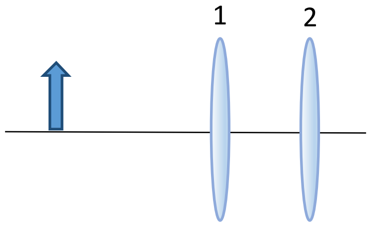
Maksimumo eilė yra sveikas skaičius ir $\sin\varphi$ negali būti didesnis už 1, todėl didžiausia maksimumo eilė $k_{\max} = 3$.

Iš viso su šia difrakcijos gardele galima stebėti 7 maksimumus ($k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3$) ekrane, esančiame už gardelės.

Atsakymas: 7.

Uždavinys 4.
Du ploni iškilieji lęšiai, kurių žininio nuotoliai yra 10 cm ir 20 cm, pastatyti 20 cm atstumu vienas nuo kito (2 pav.). Daiktas patalpintas nuo pirmojo lęšio 30 cm atstumu. Pavaizduokite dviejų lęšių sistemos gautą galutinį daikto atvaizdą. Nustatykite atvaizdo atstumą nuo antrojo lęšio bei galutinį dviejų lęšių sistemos didinimą.

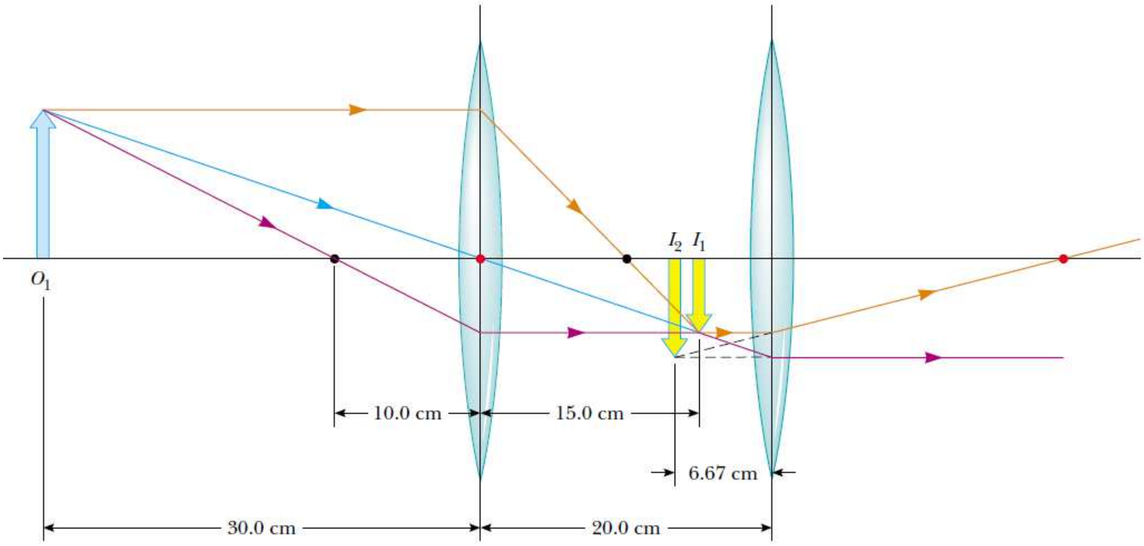
(4 balai)



2 pav.

Sprendimas:

Daikto, susidariusių daikto atvaizdų bei dviejų lęšių sistemos atvaizdavimas pateiktas 2.1 pav.:



2.1 pav.

Užrašome plonojo lęšio formulę abiem lęšiams, kai daiktas nuo lęšių yra nutolęs d_1 ir d_2 atstumais:

$$\frac{1}{F_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{f_1}, \tag{1}$$

$$\frac{1}{F_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2}, \tag{2}$$

čia F_1 = 10 cm ir F_2 = 20 cm – lęšių židinio nuotoliai, d_1 = 30 cm – atstumas nuo daikto iki pirmojo lęšio, d_2 – atstumas nuo daikto iki antrojo lęšio, f_1 ir f_2 – atstumai nuo lęšio iki daikto atvaizdo.

Taikydami lygtį (1) surasime, kokiu atstumu nuo pirmojo lęšio yra nutolęs susidaręs daikto atvaizdas. Atlikę aritmetinius veiksmus gausime, kad daikto atvaizdas yra nutolęs nuo pirmojo lęšio atstumu f_1 = 15 cm.

Pritaikysime lęšio didinimo formulę pirmajam lęšiui:

$$\frac{H_1}{h} = \frac{f_1}{d_1}, \tag{3}$$

čia H_1 – atvaizdo aukštis, h – daikto aukštis, d_1 – atstumas nuo daikto iki pirmojo lęšio, f_1 – atstumas nuo lęšio iki daikto atvaizdo. Atlikę aritmetinius veiksmus, gausime H_1/h = 0,5. Turime iškiląjį lęšį, todėl daikto atvaizdas bus apverstas.

Taigi, susidaręs daikto atvaizdas (I_1), yra panaudojamas kaip daiktas atstumui nuo antrojo lęšio iki galutinio daikto atvaizdo gauti. Todėl reikia įvertinti, kad naujai susidaręs daikto atvaizdas (I_1) nuo antrojo lęšio bus nutolęs atstumu: d_2 = 20 cm - 15 cm = 5 cm.

Taikydami lygtį (2) bei atlikę aritmetinius veiksmus gausime f_2 = –6,67 cm. Kadangi atsakymą gauname su minuso ženklu, tai galutinį daikto atvaizdą (I_2) atidedame nuo antrojo lęšio į kairę pusę.

Pritaikome lęšio didinimo formulę antrajam lęšiui:

$$\frac{H_2}{h} = \frac{f_2}{d_2}, \tag{4}$$

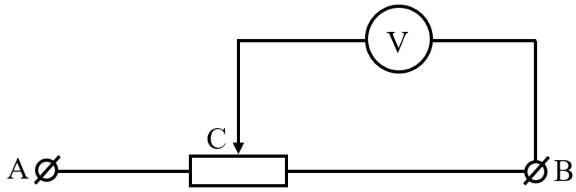
čia H_2 – atvaizdo aukštis, h – daikto aukštis, d_2 – atstumas nuo daikto iki pirmojo lęšio, f_2 – atstumas nuo lęšio iki daikto atvaizdo. Atlikę aritmetinius veiksmus gausime H_2/h = 1,33.

Visos dviejų lęšių sistemos bendras daikto atvaizdo didinimas bus lygus:

$H/h = H_1/h \cdot H_2/h$ = 0,5 · 1,33 = 0,667.

Atsakymas: f_2 = –6,67 cm (daikto atvaizdas apverstas ir nutolęs nuo antrojo lęšio į kairę pusę), H/h = 0,667.

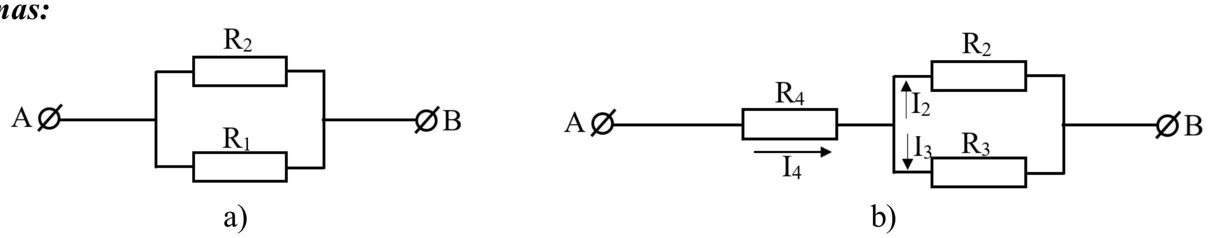
Uždavinys 5.
Prie reostato, kurio varža 60 Ω, gnybto B ir slankiojo kontakto C prijungtas voltmetras (žr. 3 pav.). Kai kairioji (pagal brėžinį) reostato apvijos dalis du kartus ilgesnė už dešiniąją, voltmetras rodo 8 V.
Pastūmus reostato šliaužiklinį kontaktą iki reostato galo taško A link, voltmetras parodė 28 V įtampą. Raskite voltmetro varžą. Įtampa ruože AB pastovi.



3 pav. Grandinė

(4 balai)

Sprendimas:



3.1 pav. a) kai reostato šliaužiklis pastumtas link reostato galo taško A link, ir b) kai reostato šliaužiklis taške C.

Voltmetrą pakeičiame rezistoriumi R_2, o brėžinį (žr. 3 pav.) persibraižome (žr. 3.1 pav.). Gaunami du atvejai: 3.1 pav. a) kai reostato šliaužiklis pastumtas link reostato galo taško A link, ir 3.1 pav. b) kai reostato šliaužiklis taške C. Pasinaudojant 3 pav. bus sprendžiamas uždavinys.
Pirmiausia pažymime įtampos kritimą ant $R_1 ir\ R_2$ rezistorių (žr. 3.1 pav. b) raide V:

$$V_2 = V_3 = V. \tag{1}$$

Įtampos kritimas ant R_4 rezistoriaus.

$$V_4 = V_1 - V. \tag{2}$$

Varža yra proporcinga reostate esančio laidininko ilgiui (žr. 3 pav. a):

$$R_1 \sim l. \tag{3}$$

Todėl varžos R_3 ir R_4 išsidalina atitinkamai (žr. 3 pav. b):

$$R_4 = \frac{2}{3} R_1 \tag{4}$$

Ir

$$R_3 = \frac{1}{3} R_1. \tag{5}$$

Iš pirmojo Kirchofo dėsnio gauname, kad:

$$I = I_2 + I_3 = I_4. \tag{6}$$

Tuomet randame srovių stiprius:

$$I_4 = \frac{V_4}{R_4} = \frac{V_1 - V}{\frac{2}{3} R_1}, \tag{7}$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3}, \tag{8}$$

$$I_2 = I_4 - I_3. \tag{9}$$

Galiausiai randame voltmetro varžą R_2:

$$R_2 = \frac{V}{I_2} = \frac{V}{\frac{V_1 - V}{\frac{2}{3} R_1} - \frac{V}{\frac{1}{3} R_1}} = \frac{V}{\frac{3(V_1 - 3V)}{2R_1}} = \frac{2VR_1}{3(V_1 - 3V)} = 80\ \Omega. \tag{10}$$

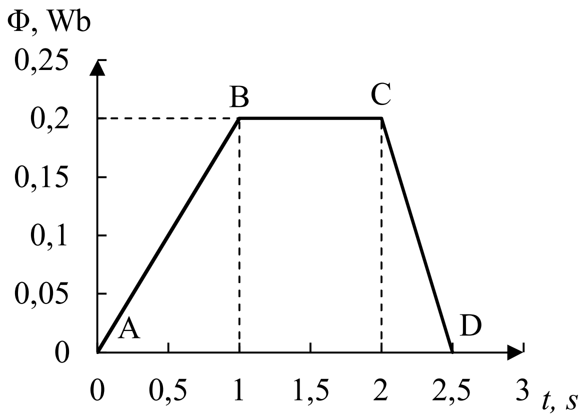
Atsakymas: 80 Ω.

Uždavinys 6.

Remdamiesi 4 paveiksle pateiktu magnetinio srauto priklausomybės nuo laiko grafiku, nubraižykite indukcinės elektrovaros grafiką.

(3 balai)

4 pav.



Sprendimas:

Indukcinė elektrovara apskaičiuojama:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}, \tag{1}$$

čia Φ – magnetinis srautas, t – laikas.

Remiantis grafiku galima nustatyti, kad AB atkarpoje per 1 s magnetinis srautas pakito 0,2 Wb. Įsistačius šiuos duomenis į (1) formulę apskaičiuojama indukcinė elektrovara AB atkarpoje:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{0,2}{1} = 0,2\ V.$$

Atkarpoje BC magnetinis srautas nekinta, todėl elektrovara šiuo atveju – $\varepsilon_{BC} = 0\ V$.

CD atkarpoje magnetinis srautas per 0,5 s pakinta 0,2 Wb. Remiantis (1) formule apskaičiuojama indukcinė elektrovara:

$$\varepsilon_{CD} = \frac{0{,}2}{0{,}5} = 0{,}4\ V.$$

Remiantis gautais duomenimis ir žinant, kad indukuotosios elektrovaros ženklas nustatomas pagal Lenco taisyklę: kai magnetinis srautas stiprėja, indukuotoji elektrovara ε yra neigiama, kai silpnėja – teigiama, nubraižomas grafikas.

Atsakymas: