

1. Nusileidimo pradžioje ir pabaigoje lifto pagreičio moduliai yra vienodi. Lifte esantis 45 kg masės berniukas nusileidimo pradžioje sveria 90 N mažiau, negu nusileidimo pabaigoje. Raskite lifto pagreičio modulį. (3 balai)

Sprendimas:

Lifte esantį berniuką veikia sunkio jėga $m\vec{g}$ ir atramos reakcijos jėga \vec{N} . Užrašome antrąjį Niutono dėsnį nusileidimo pradžioje ir pabaigoje:

$$\vec{N}_1 + m\vec{g} = m\vec{a}_1 \quad (1)$$

$$\vec{N}_2 + m\vec{g} = m\vec{a}_2 \quad (2)$$

Užrašome šias lygtis projekcijomis į x ašį:

$$N_1 - mg = -ma, \quad (3)$$

$$N_2 - mg = ma; \quad (4)$$

čia $a = |\vec{a}_1| = |\vec{a}_2|$. Kūno svoris nusileidimo pradžioje ir pabaigoje:

$$P_1 = N_1 \quad (5)$$

$$P_2 = N_2 \quad (6)$$

Iš (3, 4, 5 ir 6) lygčių randame, kad:

$$P_1 = m(g - a) \quad (7)$$

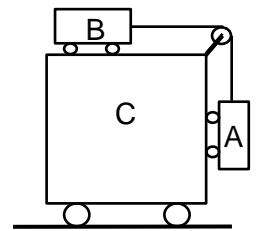
$$P_2 = m(g + a) \quad (8)$$

Iš (8) lygties atėmę (7) lygtį randame, kad $\Delta P = P_2 - P_1 = 2ma$, arba

$$a = \frac{\Delta P}{2m} = \frac{90}{2 \cdot 45} = 1,0 \text{ m/s}^2$$

Atsakymas: lifto pagreičio modulis lygus $1,0 \text{ m/s}^2$.

2. Paveikslėlyje pavaizduotąją kūnų sistemą sudaro trys vežimėliai A, B ir C, kurių masės yra $m_A = 0,3 \text{ kg}$, $m_B = 0,2 \text{ kg}$ ir $m_C = 1,5 \text{ kg}$. Vežimėlį C veikia tokia horizontali jėga, kad vežimėliai A ir B nejuda vežimėlio C atžvilgiu. Apskaičiuokite netąsaus siūlo, jungiančio A ir B vežimėlius, įtempimo jėgą bei vežimėlį C veikiančią jėgą. Oro pasipriešinimo, trinties, skridinio ir ratų inertiškumo bei siūlo masės nepaisykite. (4 balai)



Sprendimas:

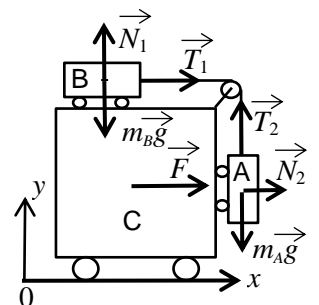
Trijų vežimėlių sistemai, judančiai vienodu pagreičiu, užrašome antrąjį Niutono dėsnį:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_A + m_B + m_C} \quad (1)$$

Paveikslėlyje parodytos visos vežimėlius veikiančios jėgos. Užrašome antrąjį Niutono dėsnį A ir B vežimėliams:

$$m_A\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{N}_2 = m_A\vec{a}; \quad (2)$$

$$m_B\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{N}_1 = m_B\vec{a}. \quad (3)$$



Randame vektorių projekcijas koordinatinių ašyse ir perrašome lygtis:

A vežimėliui:

$$(2) \text{ lygtis } 0x \text{ ašyje: } N_2 = m_A a; \quad (4)$$

$$(2) \text{ lygtis } 0y \text{ ašyje: } -m_A g + T_2 = 0; \quad (5)$$

B vežimėliui:

$$(3) \text{ lygtis } 0x \text{ ašyje: } T_1 = m_B a; \quad (6)$$

$$(3) \text{ lygtis } 0y \text{ ašyje: } -m_B g + N_1 = 0. \quad (7)$$

Kadangi siūlas nesvarus, tai $T_1 = T_2 = T$ ir iš (5) ir (6) lygčių gauname:

$$T = m_A g = m_B a, \quad (8)$$

ir

$$a = \frac{m_A}{m_B} g. \quad (9)$$

Iš (8) lygties apskaičiuojame siūlo įtempimo jėgą T :

$$T = m_A g = 0,3 \cdot 9,8 \approx 2,9 \text{ N.}$$

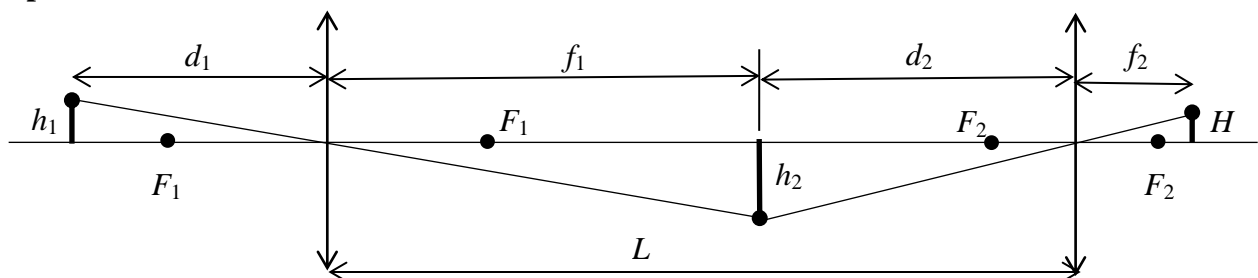
Iš (1) ir (9) lygčių apskaičiuojame vežimėlį C veikiančią jėgą F :

$$F = (m_A + m_B + m_C) a = \frac{(m_A + m_B + m_C) m_A g}{m_B} = \frac{(0,3 + 0,2 + 1,5) \cdot 0,3 \cdot 9,8}{0,2} \approx 29 \text{ N.}$$

Atsakymas: Siūlo įtempimo jėga lygi 2,9 N, o vežimėlį A veikianti jėga lygi 29 N.

3. Du lęšiai, kurių laužiamosios gebos yra 2 D (kairiojo) ir 4 D (dešiniojo), pastatyti vienas nuo kito 2,33 m atstumu taip, kad jų pagrindinės optinės ašys sutampa. 3 cm ilgio degtukas yra 0,8 m atstumu nuo kairiojo lęšio. Kurioje tokios lęšių sistemos vietoje reikia pastatyti ekraną, kad jame galėtume stebėti susidariusį degtuko atvaizdą, praėjus spinduliams pro abu lęšius? Apibūdinkite susidariusį atvaizdą. Koks atvaizdo aukštis? Parodykite spindulių eigą. (5 balai)

Sprendimas:



Iš pagrindinės lęšio formulės $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} = D$ randame pirmuoju lęšiu gauto atvaizdo atstumą f_1 :

$$f_1 = \frac{d_1}{D_1 d_1 - 1} = \frac{0,8}{2 \cdot 0,8 - 1} = 1,33 \text{ m}$$

Pirmojo atvaizdo didumas

$$h_2 = \frac{h_1 f_1}{d_1} = \frac{0,03 \cdot 1,33}{0,8} = 0,05 \text{ m}$$

Iš pirmojo atvaizdo spinduliai eina į antrąjį lęšį tarsi iš spinduliuojančio daikto, esančio nuo šio lęšio atstumu

$$d_2 = L - f_1 = 2,33 - 1,33 = 1 \text{ m}$$

Antrojo atvaizdo atstumas iki lęšio

$$f_2 = \frac{d_2}{D_2 d_2 - 1} = \frac{1}{4 \cdot 1 - 1} = 0,33 \text{ m}$$

Jo dydis

$$H = \frac{h_2 f_2}{d_2} = \frac{0,05 \cdot 0,33}{1} = 0,017 \text{ m} = 1,7 \text{ cm}$$

Kadangi ir f_1 ir f_2 yra teigiami, tai abu atvaizdai yra tikrieji. Pirmasis – apverstas ir padidintas, antrasis – dar kartą apverstas (neapverstas degtuko atžvilgiu) ir sumažintas.

Atsakymas: ekranas atvaizdui stebėti turi būti pastatytas 0,33 m atstumu nuo antrojo lęšio. Ekране susidaro neapverstas tikras sumažintas 1,7 cm aukščio degtuko atvaizdas.

4. Kosminėje stotyje, skriejančioje orbita aplink Žemę, sudaryta dirbtinė deguonies atmosfera, kurios slėgis 50 kPa ir temperatūra 295 K. Vidinis kosminės stoties kameros tūris 80 m^3 . Sienoje atsiradus mažai $0,1 \text{ mm}^2$ ploto skylutei deguonis pradeda veržtis lauk iš stoties kameros. Apskaičiuokite per kiek laiko slėgis kameroje sumažės 1%. Šildymo įrenginiai kosminės stoties viduje palaiko pastovią temperatūrą. Vidutinis molekulių greitis priklauso nuo jų temperatūros ir masės tokiu dėsniu: $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}$; čia m_0 – molekulės masė. ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$, $R = 8,31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$, $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$). (5 balai)

Sprendimas:

Jeigu $\Delta p = 0,01p$ yra slėgio pokytis, o ΔN yra iš kameros ištrūkusių deguonies molekulių skaičius, tuomet iš būsenos lygties:

$$\Delta N = \frac{\Delta p \cdot V}{kT} = \frac{0,01pV}{kT} = \frac{0,01 \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot 80}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 295} = 9,83 \cdot 10^{24} \text{ molekulių.}$$

Nustatykime kiek dalelių ištrūksta per skylę per vienetinį laiką, t.y. dalelių tėkmės dydį. Remiantis mokyklinėmis fizikos žiniomis šį uždavinį galime išspręsti tik apytiksliai.

Laikykime, kad \bar{v} yra vidutinis molekulių judėjimo greitis. Tuomet per laiką t šeštadalis dalelių, esančių cilindrinėje erdvėje, kurios tūris $V_1 = \bar{v}tS$ išeina per skylutę (čia S – skylutės plotas). Koeficientu $\frac{1}{6}$ galima įvertinti molekulių judėjimo pasiskirstymą visomis galimomis kryptimis. Tuomet per laiką t ištekėjusių molekulių skaičius N_1 :

$$N_1 = \frac{1}{6} n V_1 = \frac{1}{6} \cdot \frac{N}{V} \bar{v} t S, \quad (1)$$

čia n yra dalelių tankis. Dalelių tėkmės intensyvumas:

$$I = \frac{N_1}{t} = \frac{1}{6} \cdot \frac{N}{V} \bar{v} S. \quad (2)$$

Vidutis molekulių greitis \bar{v} duotojoje temperatūroje:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 295}{3,14 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}} = 442 \frac{\text{m}}{\text{s}}. \quad (3)$$

Dalelių skaičiaus N gali būti nustatytas iš būsenos lygties:

$$N = \frac{pV}{kT} = 100 \cdot \Delta N = 9,83 \cdot 10^{26}. \quad (4)$$

Pradinė dalelių tėkmės vertė gali būti apskaičiuota įstatant \bar{v} ir N vertes į (2) išraišką:

$$I = \frac{1}{6} \cdot \frac{9,83 \cdot 10^{26}}{80} \cdot 442 \cdot 10^{-7} = 9 \cdot 10^{19} \frac{1}{\text{s}}$$

Kadangi proceso metu dalelių skaičius beveik nepasikeičia ($\Delta N \ll N$), jo pokyčio galime nevertinti. Tuomet laikas, per kurį slėgis stoties viduje sumažės 1 % bus

$$t = \frac{\Delta N}{I} = \frac{9,83 \cdot 10^{24}}{9 \cdot 10^{19}} = 109222 \text{ s} = 30,3 \text{ h}$$

Gauta vertė rodo, kad deguonis kosmoso stotį palieka gana lėtai ir turėtų pakakti laiko užtaisyti skylei.

Atsakymas: laikas, per kurį slėgis stoties viduje sumažės 1 % yra 30,3 valandos.

5. Telefono virpamojo kontūro kondensatoriaus talpa yra 4 pF, ritės induktyvumas yra 7,818 nH. Per kiek laiko visiškai įkrauta 3000 mAh ir 3,8V telefono baterija išsikraus iki pusės, jei pradinė virpamojo kontūro kondensatoriaus įtampa lygi baterijos įtampai, o per vieną virpesių periodą išspinduliuojama 1/2 kontūro energijos? Laikykite, kad baterijai išsikraunant iki pusės, jos įtampa nekinta. Įkrauto kondensatoriaus energija skaičiuojama pagal formulę $E_C = \frac{CU^2}{2}$. (4 balai)

Sprendimas:

Visiškai įkrautos baterijos energija:

$$E_0 = 3,8\text{V} \cdot 3\text{A} \cdot 3600\text{s} = 41040 \text{ J}$$

Veikiant telefonui bus išiekvota energija

$$E_1 = E_0 / 2 = 20520 \text{ J}$$

Virpamojo kontūro virpesių dažnis yra

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{7,818 \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot 10^{-12}}} = 900 \cdot 10^6 \text{ Hz} = 900 \text{ MHz}$$

Pradinė kontūro energija yra

$$E_C = \frac{CU^2}{2} = \frac{4 \cdot 10^{-12} \cdot 3,8^2}{2} = 28,88 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

Per vieną periodą išspinduliuojama energija

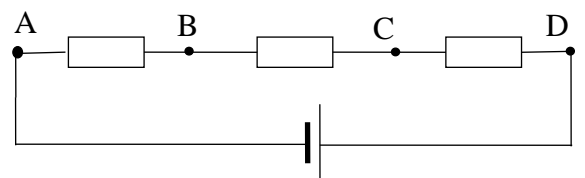
$$E_p = \frac{E_C}{2} = 14,44 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

Energija E_1 bus išiekvota per laiką t :

$$t = \frac{E_1}{E_p f} = \frac{20520}{14,44 \cdot 10^{-12} \cdot 900 \cdot 10^6} = 158 \cdot 10^4 \text{ s} = 438,6 \text{ h} = 18,3 \text{ paros}.$$

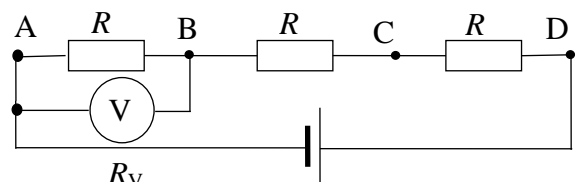
Atsakymas: telefono baterija išsikraus iki pusės per 18,3 paros.

6. Trys rezistoriai yra sujungti nuosekliai ir prijungti prie 62 V įtampos šaltinio, kurio vidaus varža $r = 0 \Omega$. Matuojant tris kartus tuo pačiu neidealiu baigtinės varžos voltmetru gautos tokios įtampų vertės: $U_{AB} = U_{BC} = U_{CD} = 20 \text{ V}$. Kokią įtampą šis voltmetras rodytų tarp taškų A ir C? (4 balai)



Sprendimas:

Iš sąlygoje pateiktų matavimų rezultatų matyti, kad visų rezistorių varžos vienodos ir lygios R . Tarkime, kad voltmetro varža R_V . Prijungus voltmetrą prie taškų A ir B lygiagrečiai rezistoriui srovės stiprį grandinėje galime apskaičiuoti taikydami Omo dėsnį:



$$I_1 = \frac{U_0}{\frac{R \cdot R_V}{R + R_V} + 2R};$$

čia U_0 - šaltinio įtampa.

Matuojama įtampa U_{AB} :

$$U_{AB} = I_1 \cdot \frac{R \cdot R_V}{R + R_V} = \frac{U_0}{\frac{R \cdot R_V}{R + R_V} + 2R} \cdot \frac{R \cdot R_V}{R + R_V} = \frac{U_0 \cdot R_V}{2R + 3R_V}.$$

Prijungus voltmetrą prie taškų A ir C grandine tekės srovė I_2 :

$$I_2 = \frac{U_0}{\frac{2R \cdot R_V}{2R + R_V} + R}.$$

Matuojama įtampa U_{AC} :

$$U_{AC} = I_2 \cdot \frac{2R \cdot R_V}{2R + R_V} = \frac{U_0}{\frac{2R \cdot R_V}{2R + R_V} + R} \cdot \frac{2R \cdot R_V}{2R + R_V} = 2 \frac{U_0 \cdot R_V}{2R + 3R_V} = 2 \cdot U_{AB} = 2 \cdot 20 = 40 \text{ V}.$$

Atsakymas: prie taškų A ir C prijungto voltmetro rodmenys $U_{AC} = 40 \text{ V}$.