



matematikos ir
gamtos mokslų
fakultetas

XXV prof. K. Baršausko fizikos konkursas

Kaunas, 2020-10-10

9 klasė (25 balai)

1. Uždavinys

Iš miesto A į miestą B , tarp kurių atstumas lygus 40 km, išvažiavo motociklininkas. Po valandos priešinga kryptimi iš miesto B išvažiavo dviratininkas. Sutikęs dviratininką, motociklininkas atvyko į miestą B po $2/3$ valandos, o dviratininkas, sutikęs motociklininką, atvažiavo į miestą A po 3 valandų. Koks dviratininko greitis? (4 balai)

Sprendimas:

Pažymėkime dviratininko judėjimą iki susitikimo taško t , o motociklininko $t+1$.

Tuomet laikome, kad dviratininko greitis v_d , o motociklininko v_m .

Tarkime, jog jie susitinka taške C . Tuomet motociklininko ir dviratininko nuvažiuotas kelias:

$$AC = v_d \cdot (t+1), BC = v_m \cdot t.$$

$$CB = v_m \cdot (2/3), CA = v_d \cdot 3$$

$$\text{Kadangi } AC/CB = CA/BC, \text{ tai } (t+1) / (2/3) = 3/t,$$

$$\text{t.y. } t^2 + t = 2.$$

Šios lygties teigiamas sprendinys $t=1$.

Taigi, iki susitikimo dviratininkas važiavo 1 val. (3600 s), visą kelią 4 val. (14400 s).

Todėl dviratininko greitis $40/4 = 10 \text{ km/val} = 2,78 \text{ m/s}$.

Atsakymas: 10 km/val. (2,78 m/s).

2. Uždavinys

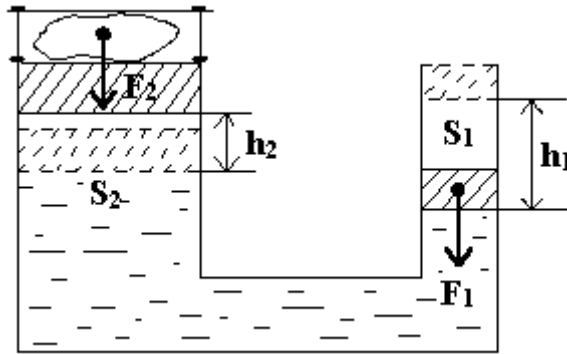
Hidraulinio preso mažasis stūmoklis, veikiamas $F_1 = 250 \text{ N}$ jėgos, nusileidžia $h_1 = 0,4 \text{ m}$, o didysis stūmoklis pakyla $h_2 = 0,1 \text{ m}$. Stūmokliai nesvarūs. Kokia jėga presas veikia slegiamą kūną, esantį ant didžiojo stūmoklio? (4 balai)

Sprendimas:

Jėgos F_1 slėgis

$$p = \frac{F_1}{S_1};$$

čia S_1 – mažojo stūmoklio pagrindo plotas.



Pagal Paskalio dėsnį toks pat slėgis veiks didįjį stūmoklį. Todėl didįjį stūmoklį veikianti jėga F_2 :

$$F_2 = p \cdot S_2,$$

$$F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}.$$

(1)

Kadangi skystis nespūdus, tai

$$V_1 = V_2,$$

$$S_1 h_1 = S_2 h_2.$$

(2)

Iš (1) ir (2) lygties gauname, kad

$$F_2 = F_1 \frac{h_1}{h_2}$$

$$F_2 = 250 \frac{0,4}{0,1} = 1000 \text{ N}$$

$$\underline{F_2 = 1 \text{ kN.}}$$

3. Uždavinys

Nemuno upėje motorinė valtis pasroviui plaukia 9 m/s greičiu kranto atžvilgiu, o prieš srovę – 25,2 km/h greičiu. Koku greičiu teka upės vanduo toje atkarpoje? (3 balai)

Sprendimas:

$$v_2 = 25,2 \text{ km/h} = 7 \text{ m/s}$$

v_1 – motorinės valtys greitis kranto atžvilgiu plaukiant pasroviui, v_2 – motorinės valtys greitis kranto atžvilgiu plaukiant prieš srovę, v_{sr} – upės srovės greitis, v_v – valtys greitis, kai nėra srovės.

Kai motorinė valtis plaukia pasroviui, jos greitis bus lygus

$$v_1 = v_v + v_{sr}. \quad (1)$$

Kai motorinė valtis plaukia prieš srovę, jos greitis bus lygus

$$v_2 = v_v - v_{sr}. \quad (2)$$

Iš (1) ir (2) formulių išsireiškiame v_v :

$$v_v = v_1 - v_{sr},$$

$$v_v = v_2 + v_{sr}.$$

Sulyginame kairiąsias puses.

$$v_1 - v_{sr} = v_2 + v_{sr}.$$

Išsireiškiame upės srovės greitį:

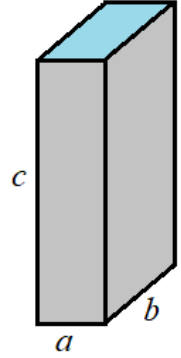
$$v_{sr} = \frac{v_1 - v_2}{2};$$

$$v_{sr} = \frac{9 - 7}{2} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Apskaičiuojame $v_{sr} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

4. Uždavinys

Metalinis stačiakampio gretasienio formos indas yra pilnai užpildytas vandeniu. Šio indo su vandeniu masė yra M . Jei jį pastatysime ant stalo taip, kad didžiausio ploto sienelė liesis su stalu, tai slėgis bus p_1 , jei mažiausio ploto sienelė liesis su stalu, tai slėgis bus p_3 , jei vidurinio paviršiaus – p_2 . Kokia yra tuščio indo masė? Kokio ilgio yra indo sienelės? Indo sienelės storis yra labai mažas lyginant su jos ilgiu, vandens tankis yra ρ . (5 balai)



Sprendimas:

Slėgis išreiškiamas: $p = \frac{F}{S}$, kur F – jėga, S – plotas.

Tuomet atsižvelgiant į indo padėtį gaunama:

$$p_1 = \frac{Mg}{bc},$$
$$p_2 = \frac{Mg}{ac},$$
$$p_3 = \frac{Mg}{ab},$$

Iš duotų lygčių išreiškus kraštinių ilgius, gaunama:

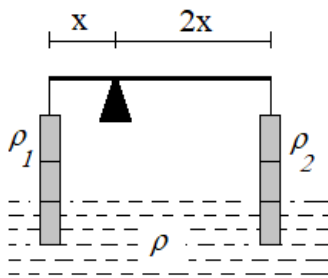
$$a = \sqrt{\frac{Mgp_1}{p_2p_3}},$$
$$b = \sqrt{\frac{Mgp_2}{p_1p_3}},$$
$$c = \sqrt{\frac{Mgp_3}{p_1p_2}},$$

Tuščio indo masė apskaičiuojama iš indo su vandeniu masės (M) atimant vandens masę ($m = \rho \cdot V = \rho \cdot a \cdot b \cdot c$):

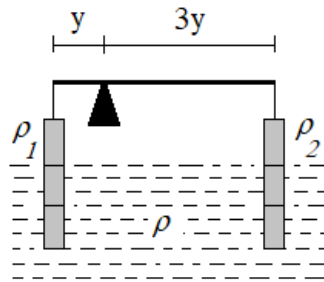
$$m_{\text{tuščio indo}} = M - m = M - \rho \sqrt{\frac{(Mg)^3}{p_1p_2p_3}}.$$

5. Uždavinys

Ant plonos svirties yra pakabinti du vienodų matmenų, bet skirtingų tankių, cilindrai. Trečdalis abiejų cilindrų ilgio įmerkta į skystį, kurio tankis ρ (1 pav.). Esant pusiausvyrai atrama svirties ilgį dalija santykiu 1:2. Jei į tirpalą būtų įmerkta du trečdaliai cilindrų ilgio, tuomet norint išlaikyti pusiausvyrą svirties atramą reikėtų perkelti taip, kad santykis būtų 1:3 (2 pav.). Nustatykite cilindrų tankius ρ_1 ir ρ_2 . (5 balai)



1 pav.



2 pav.

Sprendimas:

Pažymėkime: $1/3$ cilindro tūrį V , Archimedo jėgą – F_A , sunkio jėgą – F_S .

Pritaikius Archimedo dėsnį ir pusiausvyros sąlygas (1 pav.), gaunama:

$$\begin{aligned}(F_{S1} - F_A) \cdot x &= (F_{S2} - F_A) \cdot 2x \\ 3V \cdot \rho_1 \cdot g \cdot x - V \cdot \rho \cdot g \cdot x &= 3V \cdot \rho_2 \cdot g \cdot 2x - V \cdot \rho \cdot g \cdot 2x \\ 3\rho_1 - \rho &= 6\rho_2 - 2\rho \\ \rho &= 6\rho_2 - 3\rho_1\end{aligned}$$

Pritaikius Archimedo dėsnį ir pusiausvyros sąlygas (2 pav.), gaunama:

$$\begin{aligned}3V \cdot \rho_1 \cdot g \cdot y - 2V \cdot \rho \cdot g \cdot y &= 3V \cdot \rho_2 \cdot g \cdot 3y - 2V \cdot \rho \cdot g \cdot 3y \\ 4\rho &= 9\rho_2 - 3\rho_1\end{aligned}$$

Išsprendus lygčių sistemą:

$$\begin{aligned}\rho &= 6\rho_2 - 3\rho_1 \\ 4\rho &= 9\rho_2 - 3\rho_1\end{aligned}$$

Gaunama:

$$\underline{\underline{\rho_1 = \frac{5}{3}\rho \quad \text{ir} \quad \rho_2 = \rho.}}$$

6. Uždavinys

Vienoje balansinių svarstyklių lėkštėje yra padėtas ledo gabalas, kuris yra subalansuotas 1 kg masės svareliu padėtu kitoje svarstyklių lėkštėje. Ledui ištirpus balansinių svarstyklių pusiausvyra sutrinka. Kokios masės svarelį ir į kurią lėkštę reikia padėti tam, kad būtų gražinta pusiausvyra? *Pastaba:* ledo tankis $\rho_{ledo}=917 \text{ kg/m}^3$; vandens tankis $\rho_{vandens}=1000 \text{ kg/m}^3$; oro tankis $\rho_{oro}=1,3 \text{ kg/m}^3$; laisvojo kritimo pagreitis $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. (4 balai)



Sprendimas:

Ledo gabalas yra veikiamas Archimedo jėgos:

$$F_{A-ledo} = V_{ledo} \cdot \rho_{oro} \cdot g \quad (1)$$

čia g – laisvojo kritimo pagreitis; ρ_{oro} – oro tankis; $V_{ledo} = \frac{m}{\rho_{ledo}}$ – ledo tūris (ledo masė $m = 1 \text{ kg}$).

Ištirpus ledui jis virsta vandeniu, kurio tūris bus $V_{vandens} = \frac{m}{\rho_{vandens}}$.

Sumažėjus tūriui (nes $\rho_{vandens} > \rho_{ledo}$, t.y. $V_{vandens} < V_{ledo}$) atitinkamai sumažėja Archimedo jėgos dydis:

$$\Delta F_A = F_{A-ledo} - F_{A-vandens} = V_{ledo} \cdot \rho_{oro} \cdot g - V_{vandens} \cdot \rho_{oro} \cdot g = \rho_{oro} \cdot g \cdot \left(\frac{m}{\rho_{ledo}} - \frac{m}{\rho_{vandens}} \right) \quad (2)$$

Sumažėjus Archimedo jėgai dydžiu ΔF_A , svarstyklių lėkštė su vandeniu nusileis žemyn, t.y. balansinių svarstyklių pusiausvyra sutriks. Tokiu būdu, pusiausvyrai atstatyti, į svarstyklių lėkštę su 1 kg masės svareliu reikia padėti papildomą svarelį:

$$\Delta m = \frac{\Delta F_A}{g} = \rho_{oro} \cdot \left(\frac{m}{\rho_{ledo}} - \frac{m}{\rho_{vandens}} \right) = 1,3 \cdot \left(\frac{1}{917} - \frac{1}{1000} \right) \approx 0,12 \cdot 10^{-3} (\text{kg}) \approx 0,12 (\text{g}) \quad (3)$$

Atsakymas: Pusiausvyrai atstatyti, į svarstyklių lėkštę su 1 kg masės svareliu papildomai reikia padėti

$\Delta m \approx 0,12 \text{ g}$ masės svarelį.