matematikos ir gamtos mokslų fakultetas
ktu 1922

XXVI prof. K. Baršausko fizikos konkursas

Kaunas, 2022-03-05

8 klasė (25 balai)

1. **Maratono bėgikas trasoje bėga 9,5 km/h greičiu. Trasoje numatyta kliūtis – įkalnė. Įkalnėje bėgikas sulėtina savo bėgimo greitį iki 7 km/h, bet užkilus ant kalno vėl padidina greitį iki pradinio. Po maratono, įvertinęs savo greitį, bėgikas pastebėjo, kad dėl kelyje buvusios įkalnės, atbėgo 10 minučių vėliau negu ankstesnėje treniruotėje nekalnuotoje vietovėje. Kiek laiko bėgikas bėgo į įkalnę?** (4 balai)

Sprendimas.

Visą kelionės kelią, išskyrus, kai bėga į įkalnę, bėgikas judėjo vienodu greičiu. Taigi, kelią galima išskaidyti į dvi dalis:

s_1 – kelias, kurį bėgikas bėgo nekalnuotoje vietovėje greičiu v_1 ir

s_2 – kelias, kurį bėgikas kilo į įkalnę greičiu v_2

Tokiu atveju, visam keliui įveikti buvo išnaudota laiko $t + t' = t_1 + t_2$,

čia t – suplanuotas bėgimo laikas nekalnuotoje vietovėje, t' - vėlavimo laikas kylant į įkalnę, t.y. 10 min. arba 1/6 h.

$t_1 = \frac{s_1}{v_1}$ – bėgiko judėjimo laikas nekalnuotoje vietovėje ir $t_2 = \frac{s_2}{v_2}$ – bėgiko judėjimo laikas įkalnėje.

Kadangi bėgikas atbėgo į finišą vėliau tik dėl pasitaikiusios bėgimo trasoje įkalnės, tai

$$\frac{s_2}{v_2} - t' = \frac{s_2}{v_1}$$

Matematiškai pertvarkome išraišką, norint apskaičiuoti kelią s_2, bėgant į įkalnę:

$$t' = s_2\left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1}\right)$$

$$s_2 = \frac{t' \cdot v_1 \cdot v_2}{v_1 - v_2} = \frac{1/6\ \text{h} \cdot 9{,}5\ \text{km/h} \cdot 7\ \text{km/h}}{9{,}5\ \text{km/h} - 7\ \text{km/h}} \approx 4{,}43\ \text{km}$$

Žinodami kelią s_2, bėgant į įkalnę, galime rasti, kiek laiko teko kilti:

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{4{,}43\ \text{km}}{7\ \text{km/h}} \approx 0{,}63\ \text{h} \approx 38\ \text{min}$$

Atsakymas. $t_2 \approx$ 0,63 h ≈ 38 min

2. **Jūrų uoste yra kraunami konteineriai į laivą. Kranas pradeda kelti 2 tonas sveriantį konteinerį iš rimties būsenos ir keliant pastoviu pagreičiu per 5 s pasiekia darbinį pastovų 6 m/min greitį.**
a. Kokia vidutinė krano elektros variklio galia yra naudojama iki konteineriui pasiekiant darbinį greitį?
b. Apskaičiuokite galią, esančią kranui keliant konteinerį pastoviu greičiu. (4 balai)

Sprendimas.

a. Per pirmas 5 sekundes konteinerio pagreitis yra $a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0{,}1\ \mathrm{m/s} - 0}{5\ s} = 0{,}02\ \mathrm{m/s^2}$. Kylantį konteinerį taip pat veikia sunkio jėga.

Konteinerį veikiančių jėgų atstojamoji yra $F = F_{\text{variklio}} - mg = ma$, iš čia galima išsireikšti krano elektrinio variklio jėgą:

$F_{\text{variklio}} = m(a + g) = 2000\ \mathrm{kg} \cdot (0{,}02\ \mathrm{m/s^2} + 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}) = 19660\ \mathrm{N}$

Vidutinis greitis šiuo kilimo momentu yra $v_{vid} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{0 + 0{,}1\ \mathrm{m/s}}{2} = 0{,}05\ \mathrm{m/s}$, taigi, vidutinė elektros variklio galia yra lygi:

$P = F_{\text{variklio}} \cdot v_{vid} = (19660\ \mathrm{N}) \cdot (0{,}05\ \mathrm{m/s}) = 983\ \mathrm{W}$

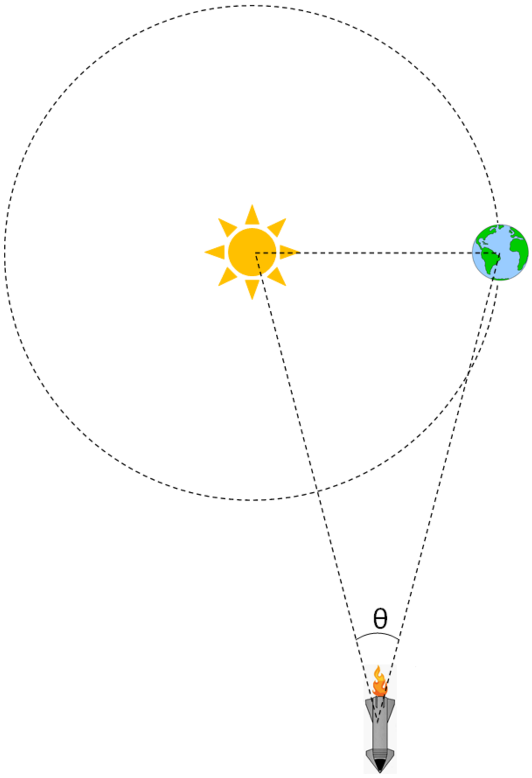
b. Konteineriui kylant pastoviu 6 m/min (0,1 m/s) greičiu, konteinerį veikianti elektros variklio jėga yra lygi $F_{\text{variklio}} = mg$, o elektros variklio galia, šiuo atveju, yra
$P = (mg) \cdot v_{vid} = (2000\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}) \cdot (0{,}1\mathrm{m/s}) = 1962\ \mathrm{W}$

Atsakymas. a. $P = 983$ W; b. $P = 1962$ W

3. **Skrydis į kosmosą. Astronautas Tomas leidosi į skrydį Šiaurinės žvaigždės link. Žvelgdamas pro langą jis pamatė, kaip Žemė sukasi aplink Saulę, nejudančių žvaigždžių fone. Tomui vaizdas pasirodė gražus ir jis nusprendė jį nufotografuoti. Tačiau kaip tik tuo metu, kai kampinis atstumas tarp Žemės ir Saulės buvo $\boldsymbol{\theta = \varphi = 1° \approx 0,01745}$ rad, dėl skaičiavimų klaidos erdvėlaivyje baigėsi degalai. Tomas iš neturėjimo ką veikti pradėjo fotografuoti vaizdą pro langą kas dieną po 1 nuotrauką. Po kurio laiko jis išjungė fotoaparatą ir su nostalgija pradėjo žiūrėti nuotraukas, kaip filme, kurio dažnis $\boldsymbol{f}$ = 24 kadrai per sekundę. Paaiškėjo, kad fotosesijos metu Žemė padarė N = 5 apsisukimus apie saulę, o atstumas nuo Žemės iki Saulės ekrane sumažėjo k = 3 kartus.**

a. Kokiu kampiniu greičiu ω Žemė fotoaparato ekrane sukosi aplink Saulę?

b. Kokiu vidutiniu greičiu v erdvėlaivis skrido fotosesijos metu? (5 balai)



Papildoma informacija:

Vidutinis atstumas nuo Žemės iki Saulės yra $R \approx 1$ AU $\approx 150 \cdot 10^6$ km.

Esant mažiems kampams galima naudoti aproksimaciją $\theta = \varphi = l/r$, (l – apskritimo lanko ilgis, r – apskritimo spindulys), o apskritimo lanką laikyti tiese.

Sprendimas.

a. Kampinis greitis:

$$\omega = \frac{2\pi}{T_{foto}} = \frac{2\pi f}{T}, \text{nes } T_{foto} = \frac{T}{f} = \frac{[\text{dienos}]}{\left[\frac{\text{kadrai}}{\text{s}}\right]} = \frac{[\text{dienos}]}{\left[\frac{\text{dienos}}{\text{s}}\right]} = [\text{s}]$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T_{foto}} = \frac{2\pi f}{T} = \frac{2\cdot 3,14\cdot 24}{365} \approx 0,41\text{s}^{-1}.$$

b. Atstumas nuo erdvėlaivio iki Saulės fotosesijos pradžioje ir pabaigoje fotosesijos:

$$L_1 \approx \frac{R}{\varphi},\ L_2 \approx \frac{Rk}{\varphi}$$

Tuomet vidutinis erdvėlaivio greitis bus lygus:

$$1\text{d.} = 86400\ \text{s}, \qquad T = 86400\ \text{s}\ \cdot 365 = 3,15 \cdot 10^7\ \text{s}$$

$$v_{vid} = \frac{L_2 - L_1}{t} = \frac{R(k-1)}{\varphi NT} = \frac{150 \cdot 10^6 \cdot (3-1)}{0,01745\ \cdot 5 \cdot 3,15 \cdot 10^7} \approx 109\ \text{km/s}$$

Atsakymas. a. $\omega \approx 0,41\text{s}^{-1}$; b. $v_{vid} \approx 109$ km/s

4. **Prie sverto trumpojo peties prikabintas 100 kg masės pasvaras. Norint jį pakelti, ilgąjį petį reikia paveikti 250 N jėga. Tokiu atveju pasvaras pakyla į aukštį $\boldsymbol{h_1 = 0,08}$ m, o jėgos veikimo taškas nusileido į aukštį $\boldsymbol{h_1 = 0,4}$ m. Raskite kam lygus sverto naudingumo koeficientas $\boldsymbol{\eta}$.** (3 balai)

Sprendimas.

$$\eta = \frac{A_n}{A} \cdot 100\%$$

Visas darbas: $A = Fh_2$, kai tuo tarpu naudingas darbas: $A_n = Ph_1 \ \rightarrow \ P = gm$

$$P = gm = 9{,}81 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \cdot 100\ \mathrm{kg} = 981\ \mathrm{N}$$

$$A_n = Ph_1 = 981\ \mathrm{N} \cdot 0{,}08\ \mathrm{m} \approx 78\ \mathrm{J}$$

$$A = Fh_2 = 250\ \mathrm{N} \cdot 0{,}4\ \mathrm{m} = 100\ \mathrm{J}$$

$$\eta = \frac{A_n}{A} \cdot 100\% = \frac{78\ \mathrm{J}}{100\ \mathrm{J}} \cdot 100\% \approx 78\ \%$$

Atsakymas. $\eta \approx 78\ \%$

5. **8-tokas su kuprine užlipo laiptais į 8 m aukštį, atlikdamas 4,6 kJ darbą. Kiek svėrė kuprinė, jeigu vaiko masė yra 48 kg?** (3 balai)

Sprendimas.

Darbas lygus jėgos ir kelio sandaugai: $A = Fh$, čia F – sunkio jėga.
Tuomet sunkio jėgos darbas apskaičiuojamas pagal formulę:

$A = m_1gh$ ir $A = m_2gh$, čia m_1 – vaiko masė; m_2 – kuprinės masė.

Žinant berniuko ir kuprinės mases darbas bus lygus:

$$A = (m_1 + m_2)gh$$

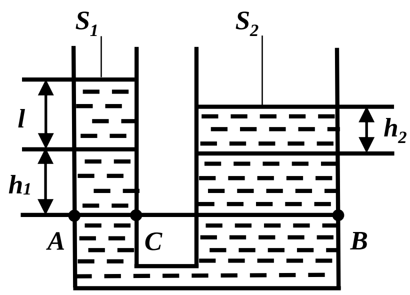
Išsireiškiame kam lygi kurpinės masė ir ją apskaičiuojame:

$$A = m_1gh + m_2gh \ \rightarrow \ m_2gh = A - m_1gh \ \rightarrow$$

$$m_2 = \frac{A - m_1gh}{gh} = \frac{4600\ \mathrm{J} - 48\ \mathrm{kg} \ \cdot \ 9{,}81\ \frac{m}{s^2} \ \cdot \ 8\ \mathrm{m}}{9{,}81\ \frac{m}{s^2} \ \cdot \ 8\ \mathrm{m}} \approx 10{,}6\ \mathrm{kg}$$

Atsakymas. $m_2 \approx 10{,}6$ kg

6. **U-formos indas yra užpildytas gyvsidabriu. Indo kairės pusės skerspjūvio plotas yra tris kartus mažesnis, negu – dešinės pusės. Gyvsidabrio lygis siaurojoje indo kairėje pusėje yra atstumu *l* = 30 cm nuo viršutinės indo dalies. Kiek pakils gyvsidabrio lygis indo dešinėje pusėje, jeigu siaurąją indo pusę iki viršaus užpildysime vandeniu? Žinoma, kad vandens tankis yra lygus: $\boldsymbol{\rho_v = 1000\ \mathrm{kg/m^3}}$, kai tuo tarpu gyvsidabrio tankis yra lygus: $\boldsymbol{\rho_g = 13600\ \mathrm{kg/m^3}}$.** (6 balai)



Sprendimas.

Pripylus vandens, gyvsidabrio lygis, kairėje indo pusėje, nusileis iki lygio/ribos h_1; riboje gyvsidabris-vanduo (*AC*), susidarys vandens stulpelis, kurio aukštis $l+h_1$. Tuo pačiu metu gyvsidabrio lygis dešinėje indo pusėje pakils iki lygio h_2. Tiek lygyje *ACB*, tiek bet kuriame kitame lygyje slėgis turi būti vienodas. Taigi indo kairėje pusėje slėgis šiame lygyje yra lygus:

$p_1 = \rho_v g(l + h_1)$, čia $\rho_v = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$ (vandens tankis), kai tuo tarpu indo dešinėje pusėje lygus: $p_2 = \rho_g g(h_2 + h_1)$, čia $\rho_g = 13600\ \mathrm{kg/m^3}$ (gyvsidabrio tankis).

Žinant, kad slėgis šiame lygyje yra vienodas, galime užrašyti:

$$p_1 = p_2 = \rho_v g(l + h_1) = \rho_g g(h_2 + h_1)$$

Kadangi skysčiai yra nespūdūs, tokiu atveju gyvsidabrio sumažėjimas indo kairėje pusėje bus lygus jo padidėjimui indo dešinėje pusėje:

$$\rho_v S_1 h_1 = \rho_g S_2 h_2$$

Iš lygties:

$\rho_v S_1 h_1 = \rho_g S_2 h_2$, išsireiškiame h_1:

$$h_1 = \frac{\rho_g}{\rho_v}\left(\frac{S_2}{S_1}\right) h_2$$

Gautąją išraišką įsistatome į lygtį:

$$\rho_v g(l + h_1) = \rho_g g(h_2 + h_1)$$

$$\rho_v g\left(l + \frac{\rho_g}{\rho_v}\left(\frac{S_2}{S_1}\right) h_2\right) = \rho_g g\left(h_2 + \frac{\rho_g}{\rho_v}\left(\frac{S_2}{S_1}\right) h_2\right)$$

Iš gautos išraiškos išsireiškiame h_2:

$$h_2 = \frac{\rho_v l}{\rho_g\left(1 + \left(\frac{\rho_g}{\rho_v} - 1\right)\frac{S_2}{S_1}\right)} = \frac{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}} \cdot 0{,}3\ \mathrm{m}}{13600\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}} \cdot \left(1 + \left(\frac{13600\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}}{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m^3}}} - 1\right)\frac{1}{1/3}\right)} = \frac{300}{527680} = 0{,}000568\ \mathrm{m} \approx 0{,}057\ \mathrm{cm}$$

Atsakymas. $h_2 \approx 0{,}057\ \mathrm{cm}$