XXVII prof. K. Baršausko fizikos konkursas

Kaunas, 2023-03-04

11 klasė (25 balai)

1. Kokia jėga vienas kitą trauks du vienodo dydžio švino rutuliukai, esantys ore, jeigu iš pirmo rutuliuko visų atomų po vieną elektroną perkelsime į antrą rutuliuką? Atstumas tarp rutuliukų yra 1 m, o rutuliukų spindulys yra 1 cm. Švino molinė masė yra $207\cdot10^{-3}$ kg/mol, o švino tankis 11,3 g/cm^3, Avogadro skaičius yra $6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}, $\varepsilon_o\approx 8{,}85\cdot10^{-12}$ F/m, o elektrono krūvis yra $1{,}60\cdot10^{-19}$ C. **(4 balai)**

Duota:

$M=207\cdot10^{-3}$ kg/mol, $\rho_{šv}=11{,}3\cdot10^3$ kg/m^3, R=1 m, r=0,01 m, $N_A\approx6{,}02\cdot10^{23}$ mol^{-1}, $\varepsilon_o\approx 8{,}85\cdot10^{-12}$ F/m, $\varepsilon\approx1$, $e=1{,}60\cdot10^{-19}$ C.

Rasti: F-?

Sprendimas:

Jėgą, veikiančią tarp dviejų taškinių krūvių, randame iš Kulono dėsnio:

$$F=\frac{q_1\cdot q_2}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_o\cdot R^2}\ (1).$$

Švino rutuliuko krūvis:

$$q_1=q_2=e\cdot n\ (2).$$

Elektronų (perteklinių arba trūkstamų) skaičius švino rutuliuke:

$$n=\frac{m}{M}\cdot N_A\ (3).$$

Švino rutuliuko masė:

$$m=V\cdot\rho_{šv}\ (4).$$

Švino rutuliuko tūris:

$$V=\frac{4}{3}\cdot\pi r^3\ (5).$$

Atsižvelgus į (3), (4) ir (5) lygtis iš (2) lygties surandame vieno rutuliuko krūvį:

$$q_1=\frac{4\cdot N_A\cdot e\cdot\rho_{šv}\cdot\pi r^3}{3M}\ (6).$$

Gautą krūvio vertę statome į (1) lygtį ir skaičiuojame Kulono jėgą:

$$F=\frac{\left(\frac{4\cdot N_A\cdot e\cdot\rho_{šv}\cdot\pi r^3}{3M}\right)^2}{4\pi\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_o\cdot R^2}=\frac{\left(\frac{4\cdot6{,}02\cdot10^{23}\cdot1{,}60\cdot10^{-19}\cdot11{,}3\cdot10^3\cdot3{,}14\cdot0{,}01^3}{3\cdot207\cdot10^{-3}}\right)^2}{4\cdot3{,}14\cdot1\cdot8{,}85\cdot10^{-12}\cdot1^2}=$$

$$=\frac{\left(\frac{1{,}367\cdot10^4}{621\cdot10^{-3}}\right)^2}{4\cdot3{,}14\cdot1\cdot8{,}85\cdot10^{-12}\cdot1^2}=\frac{\left(22{,}01\cdot10^3\right)^2}{111{,}16\cdot10^{-12}}=\frac{484{,}44\cdot10^6}{111{,}16\cdot10^{-12}}\approx4{,}36\cdot10^{18}N.$$

Atsakymas: *$F=4{,}36\cdot10^{18}$ N.*

2. Geležį apšvietus 250 nm bangos ilgio ultravioletine spinduliuote, išlaisvintų elektronų greitis siekė ~407 km/s. Nustatykite geležies elektrono išlaisvinimo darbą? Kiek kartų pasikeis išlaisvintų elektronų greitis, jeigu geležį apšviečiančių elektromagnetinių bangų ilgis sumažės du kartus? Koks turi būti minimalus dažnis, kuriam esant elektronai išlėktų iš geležies? Planko konstanta $h \approx 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s, elektrono masė $m_e \approx 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg, šviesos greitis vakuume $c \approx 3{,}0 \cdot 10^{8}$ m/s. **(5 balai)**

Duota: $h \approx 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s, $m_e \approx 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg, $c \approx 3{,}0 \cdot 10^{8}$ m/s, $\lambda_1 = 250 \cdot 10^{-9}$ m, $\lambda_2 = 125 \cdot 10^{-9}$ m, $v_1 = 407 \cdot 10^{3}$ m/s.

Rasti: A; v_2; $k = \frac{v_2}{v_1}$; ir ν_{min}.

Sprendimas:

Einšteino lygtis fotoefektui:

$$h\nu = A + \frac{m_e v^2}{2} \quad (1).$$

Krintančios šviesos dažnis:

$$\nu = \frac{c}{\lambda_1} \quad (2).$$

Kai geležis apšviečiama 250 nm bangos ilgio šviesa:

$$\frac{hc}{\lambda_1} = A + \frac{m_e v_1^2}{2} \quad (3).$$

Iš (3) lygties surandame geležies elektrono išlaisvinimo darbą:

$$A = \frac{hc}{\lambda_1} - \frac{m_e v_1^2}{2} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^{8}}{250 \cdot 10^{-9}} - \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (407 \cdot 10^{3})^2}{2} = \frac{19{,}89 \cdot 10^{-26}}{250 \cdot 10^{-9}} - \frac{1509 \cdot 10^{-22}}{2} = 7{,}956 \cdot 10^{-19} - 0{,}755 \cdot 10^{-19} \approx 7{,}18 \cdot 10^{-19} J \approx 4{,}5\ eV$$

Pasinaudojus (1) lygtimi galime surasti išlaisvintų elektronų greitį, kai geležis apšviečiama λ_2 bangos ilgio šviesa:

$$\frac{hc}{\lambda_2} = A + \frac{m_e v_2^2}{2} \quad (4).$$

Iš (4) lygties išsireiškiame elektronų greitį:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{m_e} \cdot \left(\frac{c \cdot h}{\lambda_2} - A\right)} = \sqrt{\frac{2}{9{,}11 \cdot 10^{-31}} \cdot \left(\frac{3 \cdot 10^{8} \cdot 6{,}63 \cdot 10^{-34}}{125 \cdot 10^{-9}} - 7{,}2 \cdot 10^{-19}\right)} = \sqrt{1{,}913 \cdot 10^{12}} \approx 1383 \cdot 10^{3} m/s.$$

Randame kiek kartų padidėjo išlėkusių elektronų greitis:

$$k = \frac{v_2}{v_1} = \frac{1383 \cdot 10^{3}}{407 \cdot 10^{3}} = 3{,}398$$

Minimalus dažnis, kuriam esant vyks išorinis fotoefektas bus:

$$h\nu_{min} = A \quad (5).$$

Iš (5) lygties išsireiškiame dažnį:

$$\nu_{min} = \frac{A}{h} = \frac{7{,}18 \cdot 10^{-19}}{6{,}63 \cdot 10^{-34}} = 1{,}083 \cdot 10^{15} Hz.$$

Atsakymai: *$A = 7{,}18 \cdot 10^{-19}$ J;* $v_2 = 1383 \cdot 10^{3}$ m/s; $\frac{v_2}{v_1} = 3{,}398$; *ir* $\nu_{min} = 1{,}083 \cdot 10^{15}$ Hz

3. Koks yra lėktuvo keturtakčio variklio sukeliamų garsų dažnis, jei variklis turi 12 cilindrų, o sukimosi dažnis 2100 min^{-1}. Jei iš oro uosto radiolokatorius variklio sukeliamų garsų dažniu pasiųstų impulsus, kurių trukmė 0,8 μs. Kokiu didžiausiu ir mažiausiu atstumu šiuo radiolokatoriumi galima būtų aptikti objektą? **(3 balai)**

Duota:

N = 12 cilindrų

$\nu = 2100\ min^{-1}$

$t_{vieno\ impulso} = 0{,}8\ \mu s = 0{,}8 \cdot 10^{-6}\ s$

Rasti:

ν_{garso} ; s_{min} ; s_{max}

Sprendimas:

Keturtakčio vidaus degimo variklio ašiai apsisukus 2 kartus, iš vieno cilindro dujos išmetamos 1 kartą, kurios suvirpina aplinkos orą.

Todėl variklio sukeliamo garso dažnis bus:

$$\nu_{garso} = \frac{\nu}{2 \cdot 60} \cdot 12 = 210\ Hz$$

Radiolokatorius siunčia elektromagnetinių bangų impulsus. Grįžusį nuo objekto elektromagnetinių bangų impulsą radiolokatoriaus ekrane bus galima stebėti jei impulsas grįš ne anksčiau kaip po laiko t_1 – 0,8 μs , ir ne vėliau, kaip po laiko t tarp dviejų gretimų impulsų $t = \frac{1}{210}, s$.

Todėl mažiausias atstumas iki objekto bus:

$$s_{min} = \frac{c \cdot t_1}{2} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-6}}{2} = 120\ m$$

O didžiausias:

$$s_{max} = \frac{c \cdot t}{2} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot \frac{1}{210}}{2} = 714286\ m\ \approx 714\ km$$

Atsakymai: $\nu_{garso} = 210\ Hz;\ s_{min} = 120\ m;\ s_{max} = 714286\ m\ \approx 714\ km;$

4. Apšvietus taškiniu šviesos šaltiniu ekraną, esantį 1 m atstumu, apšvieta yra 25 lx. Kokia bus ekrano apšvieta, jei tarp šaltinio ir ekrano 20 cm atstumu nuo šaltinio pastatysime lęšį, kurio laužiamoji geba yra 5 m^{-1}. **(4 balai)**

Duota: $l = 1$ m; $E_1 = 25$ lx; $p = 0{,}2$ m; $D = 5\ m^{-1}$

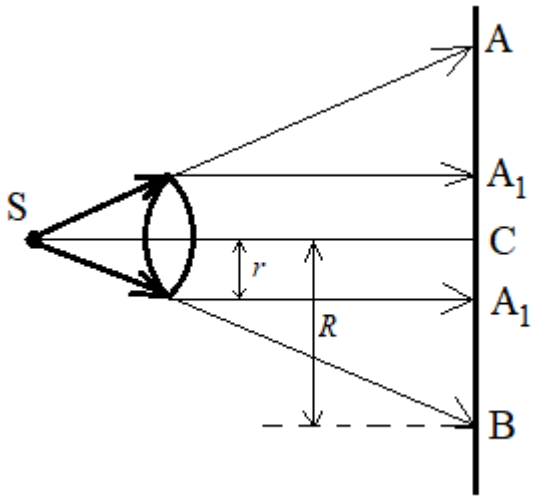
Rasti: E_x-?

Sprendimas

Lęšio židinio nuotolis apskaičiuojamas:

$$f = \frac{1}{D} = \frac{1}{5} = 0{,}2\ m$$

Pastačius lęšį tarp šaltinio ir ekrano, šaltinis bus lęšio židinyje ir į ekraną kris lygiagrečių spindulių pluoštas.



Šviesos srautas, kol nėra lęšio, būtų pasiskirstęs spindulio AC = BC = *R* plote.

Pastačius lęšį šviesos srautas bus sukoncentruotas plote, kurio spindulys $A_1C = r$.

Apšvieta yra atvirkščiai proporcinga plotui, todėl apšvieta pasikeis santykiu:

$$\frac{E_x}{E} = \frac{\frac{I}{\pi r^2}}{\frac{I}{\pi R^2}} = \frac{R^2}{r^2} = \frac{l^2}{f^2}$$

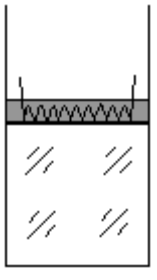
Nes (panašių trikampių) $\frac{R}{r} = \frac{l}{f}$;

SC = l = 1 m;

Todėl $E_x = \frac{E \cdot l^2}{f^2} = \frac{25 \cdot 1}{0{,}2^2} = 625\ lx$

Atsalymas: $E_x = 625\ lx$

5. Cilindre esantį ledą spaudžia stūmoklis, kurio viduje yra kaitinimo elementas. Įjungus kaitinimo elementą, stūmoklis pradeda tolygiai leistis žemyn. Kokia yra kaitinimo elemento galia, jeigu žinome, kad stūmoklio paviršiaus plotas yra 200 cm^2, o jo judėjimo greitis yra 0,0245 mm/s (1 pav.) Ledo temperatūra yra 0 ^oC, ledo tankis yra 900 kg/m^3, vandens tankis yra 1000 kg/m^3, ledo savitoji lydymosi šiluma 340 kJ/kg. Šilumos mainų su aplinka nepaisyti. **(3 balai)**



Duota: S=200 cm^2=0,02 m^2; $\lambda=340 \cdot 10^3$ J/kg;

v=0,0245 mm/s=$0{,}0245 \cdot 10^{-3}$ m/s; ρ_L =900 kg/m^3;

ρ_v=1000 kg/m^3

Rasti: P-?

Sprendimas:

Įjungus kaitinimo elementą, ledas ima tirpti, todėl sumažėja ledo tūris ir stūmoklis ims judėti žemyn. Ledo ir vandens mišinio temperatūrą laikysime lygia 0 ^oC, tol kol bus ledo. Šilumos kiekis perduotas ledui bus:

$Q = Pt$ (1).

Šilumos kiekis sunaudotas ledui ištirpinti:

$Q = \lambda m$ (2).

Atsižvelgus į (1) ir (2) lygtis randame kaitinimo elemento galią:

$Pt = \lambda m$ (3) arba $P = \frac{\lambda m}{t}$ (4).

Ledui tirpstant tūris sumažėja:

$$\Delta V = V_L - V_V = \frac{m}{\rho_L} - \frac{m}{\rho_V} = m\left(\frac{1}{\rho_L} - \frac{1}{\rho_V}\right) (5).$$

Stūmoklio greitis bus:

$v = \frac{x}{t}$ (6).

Kadangi tūris cilindre sumažėjo, vadinasi stūmoklis nusileis žemyn tam tikrą atstumą (x):

$x = \frac{\Delta V}{S}$ (7).

Atsižvelgus į (5), (6) ir (7) lygtis randame masę:

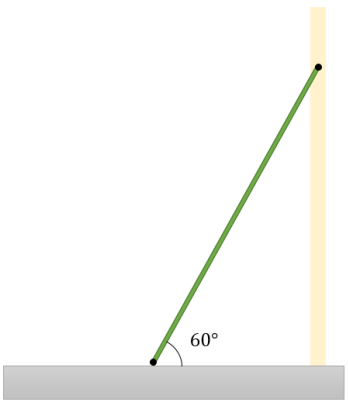
$$vSt = m\left(\frac{1}{\rho_L} - \frac{1}{\rho_V}\right) \text{arba } m = \frac{vSt}{\left(\frac{1}{\rho_L} - \frac{1}{\rho_V}\right)} (8).$$

Gautą (8) lygtį statome į (4) lygtį ir suskaičiuojame kaitinimo elemento galią:

$$P = \frac{\lambda vSt}{\left(\frac{1}{\rho_L} - \frac{1}{\rho_V}\right)t} = \frac{\lambda vS}{\left(\frac{1}{\rho_L} - \frac{1}{\rho_V}\right)} = \frac{340 \cdot 10^3 \cdot 0{,}0245 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}02}{\left(\frac{1}{900} - \frac{1}{1000}\right)} = \frac{0.1666}{0{,}000111} \approx 1500W$$

Atsakymas: *P=1500 W.*

6. Į lygią kambario sieną (trinties tarp sienos ir kopečių nepaisyti) atremtos 3 m ilgio ir 15 kg kopėčios. Vienu galu jos remiasi į sieną, o kitu į grindis, sudarydamos 60° kampą su horizontu (pav.). Kopėčių viduryje, 1 m atstumu nuo kopėčių viršaus stovi žmogus, kurio masė 60 kg. Kokiu kampu į horizontą nukreipta jėga, kuria grindys veikia apatinį kopėčių galą? **(6 balai).**



Duota: $m = 15\ kg$; $L = 3\ m$; $\alpha = 60°$; $M = 60\ kg$; $l = 1\ m$.

Rasti: $\beta - ?\,°$

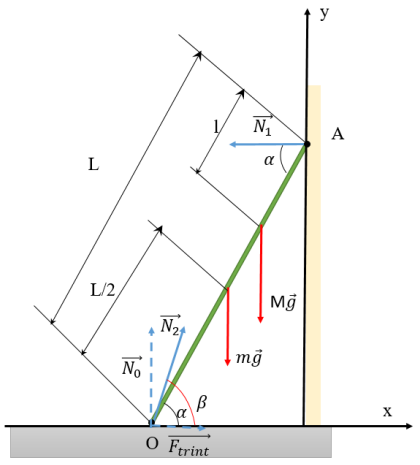
Sprendimas:

Pažymėsime kopėčių atramos į sieną tašką A ir į grindis O. Pažymėsime kopėčias veikiančias jėgas ir jėgų momentus.

Kopėčias veikia šios jėgos:

a) kopėčių sunkio jėga $m\vec{g}$;
b) žmogaus sunkio jėga $M\vec{g}$
c) atramos reakcijos jėga (nuo sienos) $\vec{N}_1$taške A;
d) atramos reakcijos jėga (nuo grindų) $\vec{N}_0$ taške O;
e) Kadangi grindys nėra lygios, kaip kad siena, tai kopėčias taške O veiks ir statinė trinties jėga $\vec{F}_{trint}$.

Kopėčias taip pat veikia ir jėgų momentai O taško atžvilgiu.



Kadangi kopėčios turi būti pusiausvyros būsenoje, t. y. nejudančios taikysime Niutono dėsnį slenkamajam ir sukamajam sudėjimui:

$$m\vec{g} + M\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{N}_0 + \vec{F}_{trint} = (M+m)\vec{a}$$

$$mg \cdot \frac{L}{2} \cdot cos\alpha + Mg \cdot (L-l) \cdot cos\alpha - N_1 \cdot L \cdot sin\alpha = 0$$

Kadangi nežinome trinties koeficiento, tai atramos reakcijos jėgą taške O ir trinties jėgą $\vec{F}_{trint}$ išreikškime per reakcijos jėgą $\vec{N}_2$, kuri yra šių trinties ir atramos reakcijos jėgų atstojamoji:

$$\vec{N}_2 = \vec{F}_{trint} + \vec{N}_0$$

Užrašome kopėčias veikiančių jėgų projekcijas į x ir y ašis ir jėgų momentus O taško atžvilgiu.

$$\begin{cases} y: \quad N_2 \cdot sin\beta = mg + Mg & (1) \\ x: \quad N_2 \cdot cos\beta = N_1 & (2) \\ mg \cdot \frac{L}{2} \cdot cos\alpha + Mg \cdot (L-l) \cdot cos\alpha - N_1 \cdot L \cdot sin\alpha = 0 & (3) \end{cases}$$

Gauname trijų lygčių sistemą. Padalinę (1) lygtį iš (2) gauname:

$$\frac{N_2 \cdot sin\beta}{N_2 \cdot cos\beta} \cdot = \frac{(mg + Mg)}{N_1}$$

$$tg\beta \cdot = \frac{(m+M)g}{N_1} (4).$$

Iš (3) lygties išreiškiame atramos reakcijos jėgą (N_1):

$$N_1 = \frac{mg \cdot \frac{L}{2} \cdot cos\alpha + Mg \cdot (L-l) \cdot cos\alpha}{L \cdot sin\alpha} = \frac{(mg \cdot \frac{L}{2} + Mg \cdot (L-l)) \cdot cos\alpha}{L \cdot sin\alpha} = \frac{mg \cdot \frac{L}{2} + Mg \cdot (L-l))}{L \cdot tg\alpha}$$

$$N_1 = \frac{(m \cdot \frac{L}{2} + M \cdot (L-l)) \cdot g}{L \cdot tg\alpha} = \frac{(mL + 2M(L-l))g}{2L \cdot tg\alpha}$$

Gautąją reikšmę įstatome į (4) lygtį ir skaičiuojame kampą:

$$tg\beta = \frac{(m+M)g}{\frac{(mL + 2M(L-l))g}{2L \cdot tg\alpha}} = \frac{(m+M)g \cdot 2L \cdot tg\alpha}{(mL + 2M(L-l))g} = \frac{2L \cdot (m+M) \cdot tg\alpha}{(mL + 2M(L-l))}$$

$$\beta = artg\left(\frac{(m+M) \cdot 2L \cdot tg\alpha}{(mL + 2M(L-l))}\right) = arctg(2{,}784) \approx 70{,}2° \approx 1{,}22\ rad.$$

Atsakymas: $\beta = 70{,}2°$.