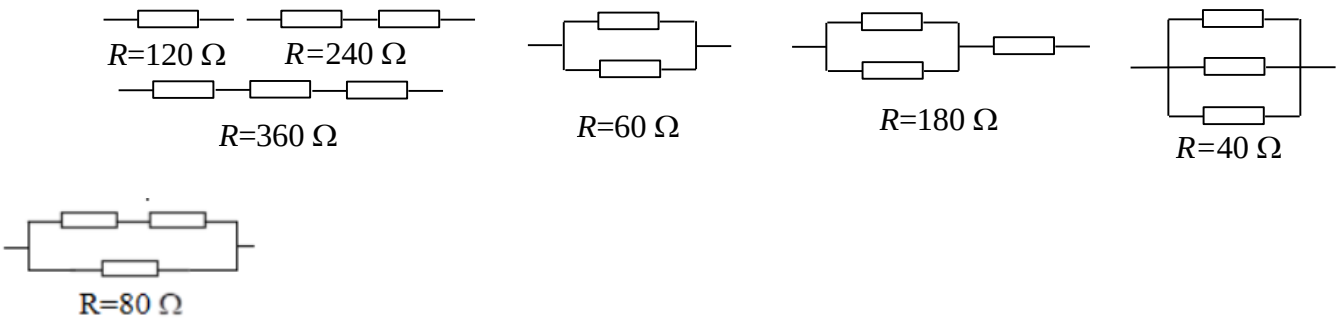
XXVIII prof. K. Baršausko fizikos konkursas

Kaunas, 2023-03-04

12 klasė (25 balai)

1. Uždavinys
Turime tris vienodus rezistorius, kurių varžos yra po 120 Ω. Kiek ir kokio skirtingo dydžio varžų galima sudaryti iš šių rezistorių? **(3 balai)**

Sprendimas:



2. Uždavinys
3600 Hz dažnio taškinio šaltinio sukeltas garsas ore sklinda 340 m/s greičiu. Raskite mažiausią atstumą tarp dviejų taškų, kuriuose sklindant garsui, oro slėgio skirtumas tuo pačiu metu yra didžiausias. Taip pat raskite kiek laiko užtrunka bangos slėgiui pereiti iš mažiausio slėgio į didžiausią. Raskite kiek kartų susilpnėja garsas, nusklidęs keturis kartus didesnį atstumą. **(3 balai)**

Sprendimas:

Duota: $f = 3600\ Hz$, $v = 340\ m/s$

Rasti: l, t, E_2

Garso bangai sklindant ore susidaro periodinės tankesnės ir retesnės sritys. Didžiausias slėgių skirtumas susidaro atstume, kuris yra lygus pusei bangos ilgio:

$$l = \frac{v}{2f} = 0{,}05\ m$$

Laikas per kurį garsas nusklinda šį atstumą yra lygus pusei bangos svyravimo periodo

$$t = \frac{1}{2f} = 0{,}14\ ms$$

Garso šaltinį galime laikyti taškiniu ir tokiu atveju šaltinis emituoja sferines garso bangas sklindančias į visas puses. Tuomet garsas slopsta kvadratu:

$$R_2 = 4R_1$$

$$E_1 \cdot 4\pi R_1^2 = E_2 \cdot 4\pi R_2^2$$

$$E_2 = \frac{E_1}{16}$$

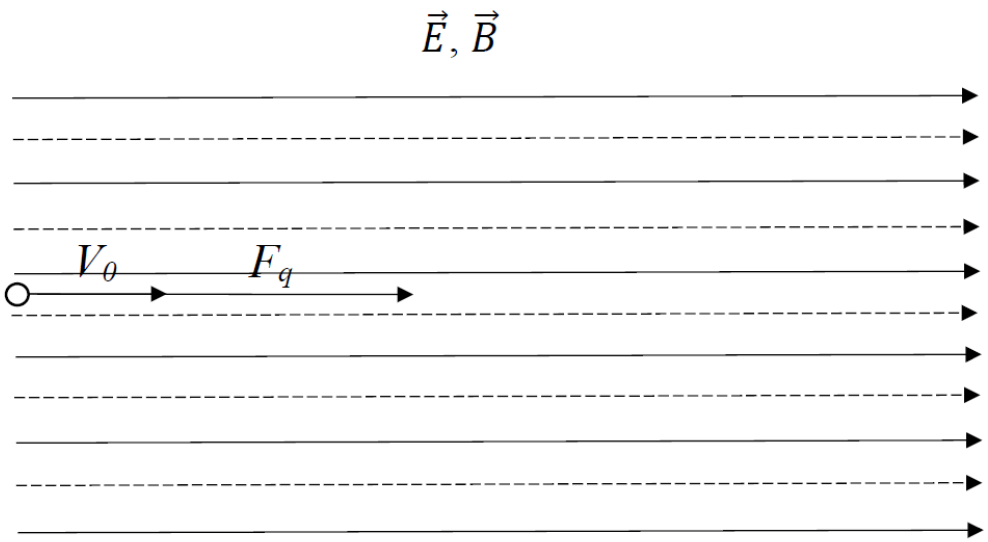
Ats.: $l = 0{,}05\ m$, $t = 0{,}14\ ms$, $E_2 = \frac{E_1}{16}$

3. Uždavinys

Protonas v_0=100 km/s greičiu įlekia į erdvės dalį, kurioje elektrinis (E=210 V/m elektrinio lauko stiprio) ir magnetinis (B=3,3·10^{-3} T magnetinės indukcijos) laukai yra lygiagretūs. Nustatykite protono pagreitį pradinio laiko momentu toje erdvės dalyje kur jis įlekia: a) jeigu pradinio greičio vektoriaus kryptis sutampa su laukų kryptimis; b) pradinio greičio vektorius yra statmenas laukų kryptims. Protono masė m_p=1,67·10^{-27} kg, elektrinis krūvis q=e=1,6 ·10^{-19} C. **(4 balai)**

Sprendimas:

a) Brėžiame brėžinį ir nubraižome jame laukų jėgų linijas, pradinio greičio ir protoną veikiančių jėgų vektorius:



Protoną, įlėkusį į elektrinį lauką, nepriklausomai nuo pradinio greičio, veikia elektrostatinio lauko jėga, kuri lygi:

$\overrightarrow{F_q} = e * \vec{E}$,

pritaikę II Niutono dėsnį ir suprojektavę gauname:

$$e * E = m_p * a,$$

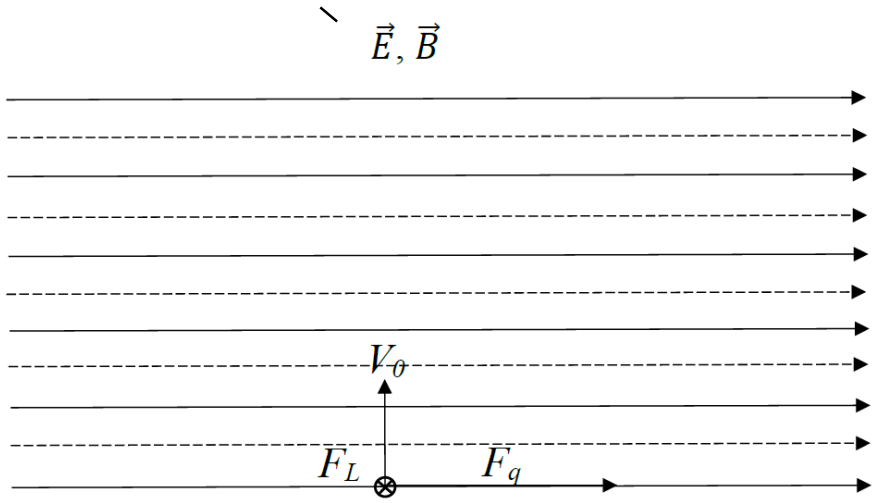
Kadangi protonas įlekia į magnetinį lauką lygiagrečiai jam, Lorenco jėga:

$$F_L = B * e * v * \sin 0 = 0,$$

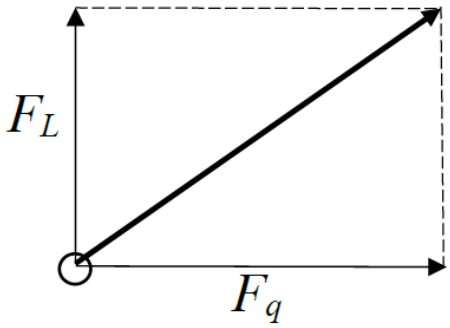
lygi nuliui.

Pagreitis bus lygus: $a = \frac{e*E}{m_p}$ ~2*10^8 m/s^2

b) Brėžiame brėžinį ir nubraižome jame laukų jėgų linijas, pradinio greičio ir protoną veikiančių jėgų vektorius:



Brėžinyje atvaizduota, kad elektrostatinio lauko jėgos kryptis nepasikeitė, o Lorenco jėga nukreipta nuo mūsų. Matosi, kad F_q ir F_L vektoriai yra statmeni vienas kitam.
Tai galima atvaizduoti iš kito kampo:



Matosi, kad dviejų jėgų vektorių suma yra:

$$F_s = \sqrt{(E * e)^2 + (B * e * v_0)^2}$$

Pritaikome II Niutono dėsnį:

$$\sqrt{(E * e)^2 + (B * e * v_0)^2} = m_p * a,$$

Tada pagreitis yra:

$$a = \frac{\sqrt{(E * e)^2 + (B * e * v_0)^2}}{m_p} = \frac{e\sqrt{(E)^2 + (B * v_0)^2}}{m_p} = 3{,}7 * 10^{10}\ m/s^2$$

4. Uždavinys
Iš 15 m gylio šulinio tolygiai traukiamas 10 kg masės kibiras su vandeniu. Kiekvienas virvės metras sveria 400 g, laisvojo kritimo pagreitis 10 m/s^2. Koks darbas atliekamas traukiant kibirą vandens? Kokią galią žmogus turėtų naudoti norint iškelti minėtą kibirą vandens per 30 s? Kokį kelią įveiks ranka sukdama rankeną, esančią per 25 cm nuo sukimosi ašies, kai cilindras, ant kurio sukama virvė, yra 15 cm skersmens. Taip pat, koks šio mechanizmo naudingumo koeficientas? **(5 balai)**

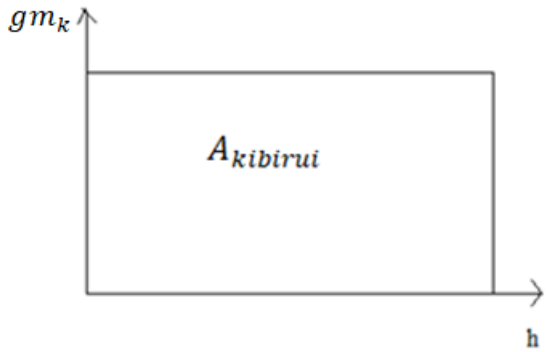
Sprendimas:

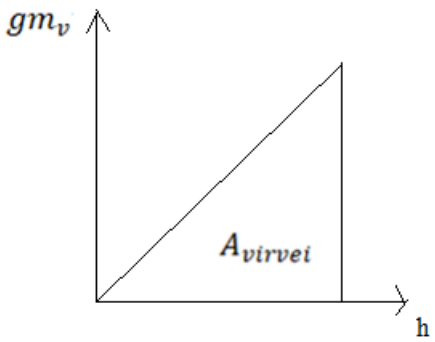
Duota: $h = 15\,m$, $m_k = 10\,kg$, $m_v = 15 \cdot 0{,}4 = 6\,kg$, $g = 10\,m/s^2$, $t = 30\,s$, $R = 0{,}25\,m$, $d = 0{,}15\,m$

Rasti: A_v, N, s, η

1 dalis Darbas atliekamas traukiant kibirą vandens (**A_v**) skaičiavimas

$$A = mgh$$





$$A_v = A_{kibirui} + A_{virvei} = hgm_k + h\frac{gm_v}{2}$$

$$A_v = gh\left(m_k + \frac{m_v}{2}\right) = 1950\,J$$

2 dalis Galia naudojama iškeliant kibirą vandens (**N**) skaičiavimas

$$N = \frac{A_v}{t} = 65\,W$$

3 dalis kelią įveiktas ranka sukant rankeną (**s**) skaičiavimas

1 skaičiavimo būdas

Kiek kartų apsisuks cilindras (N_c) kol kibiras bus pakeltas:

$$N_c = \frac{h}{\pi d}$$

Kokį kelią (s) nukeliauja ranka sukdama rankeną:

$$s = N_c \cdot 2\pi R$$

$$s = \frac{h}{\pi d} \cdot 2\pi R = \frac{2hR}{d} = 50\,m$$

2 skaičiavimo būdas

Randame kiek trunka vienas cilindro apsisukimas *T*:

$$v_1 = \frac{h}{t}$$

$$v_1 = \frac{2\pi r}{T} = \frac{\pi d}{T}$$

$$T = \frac{\pi d t}{h} = 0{,}94\ s$$

Kiek kartu cilindras apsisuka (N_c):

$$N_c = \frac{t}{T} = 31{,}85\ kartus$$

Kokį kelią nukeliauja ranka sukdama rankeną:

$$s = 2\pi R N_c = 50\ m$$

3 skaičiavimo būdas

Randame kiek trunka vienas cilindro apsisukimas:

$$v_1 = \frac{h}{t}$$

$$v_1 = \frac{2\pi r}{T} = \frac{\pi d}{T}$$

$$T = \frac{\pi d t}{h} = 0{,}94\ s$$

Kokiu greičiu v_2 juda ranka sukdama rankeną:

$$v_2 = \frac{2\pi R}{T} = 1{,}67\ m/s$$

Kokį kelią *s* nukeliauja ranka sukdama rankeną:

$$s = v_2 t = 50\ m$$

4 dalis Prietaiso naudingumo koeficiento (η) skaičiavimas

$$\eta = \frac{A}{A_v} = \frac{m_k g h}{gh\left(m_k + \frac{m_v}{2}\right)} = \frac{m_k}{m_k + \frac{m_v}{2}} = 0{,}77$$

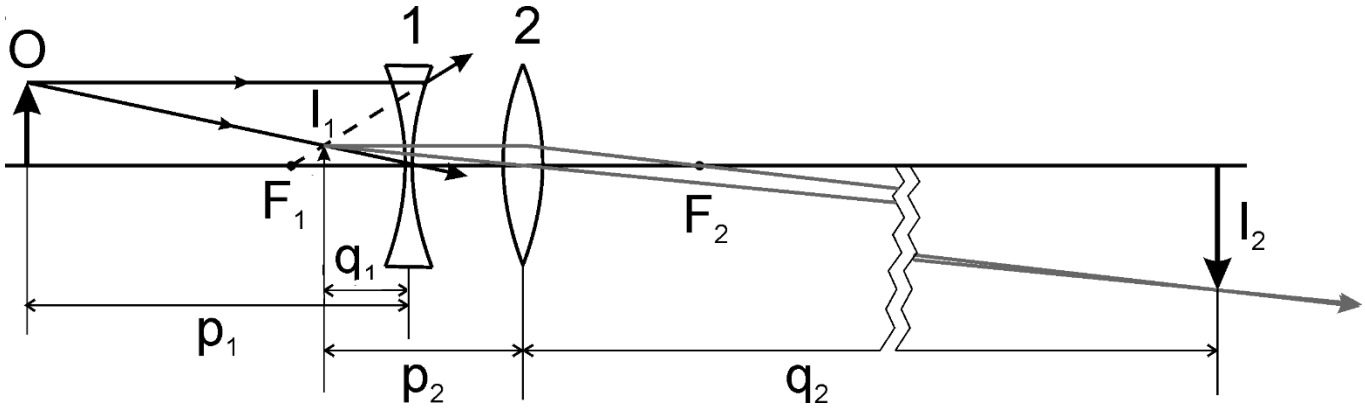
Ats.: $A_v = 1950\ J$, $N = 65\ W$, $s = 50\ m$, $\eta = 0{,}77$

5. Uždavinys

Objektas yra 60 cm atstumu nuo sklaidančiojo lęšio, kurio židinio nuotolis yra -15 cm. Greta sklaidančiojo lęšio už 10 cm yra pastatytas 20 cm židinio nuotolio glaudžiantysis lęšis. Kokiame atstume lęšių sistema atvaizduos objektą ir koks bus šios sistemos didinimas? **(5 balai)**

Sprendimas:

Nusibraižome optinę sistemą.



Du kartus pasinaudojame plonojo lęšio formule:

$$\frac{1}{p_1}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{f_1} \tag{1}$$

$$\frac{1}{60}+\frac{1}{q_1}=\frac{1}{-15}, \qquad \frac{1}{q_1}=-\frac{4}{60}-\frac{1}{60}=-\frac{5}{60}, \qquad q_1=-12\ cm \tag{2}$$

Pirmojo lęšio atvaizduojamą I_1 laikome objektu antrajam lęšiui. Tuomet brežinyje pažymėtas atstumas p_2=12+10=22 cm.

$$\frac{1}{p_2}+\frac{1}{q_2}=\frac{1}{f_2} \tag{3}$$

$$\frac{1}{22}+\frac{1}{q_2}=\frac{1}{20}, \qquad \frac{1}{q_2}=\frac{1}{20}-\frac{1}{22}=\frac{11}{220}-\frac{10}{220}=\frac{1}{220}, \quad q_2=220\ cm\ (\text{į } dešinę\ nuo\ lęšio) \tag{4}$$

Pirmojo lęšio didinimas

$$-\frac{q_1}{p_1}=\frac{12}{60}=\frac{1}{5} \tag{5}$$

Antrojo lęšio didinimas

$$-\frac{q_2}{p_2}=\frac{-220}{22}=-10 \tag{6}$$

Bendras lęšių sistemos didinimas

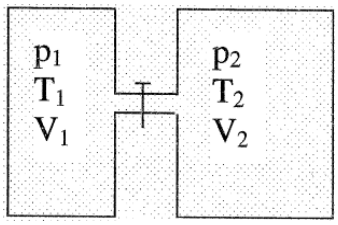
$$\left(\frac{q_1}{p_1}\right)\left(\frac{q_2}{p_2}\right)=-\frac{1}{5}\cdot 10=-2 \tag{7}$$

Atsakymas: Gauname, kad objektas yra atvaizduojamas 220 cm nuo antrojo lęšio bei yra 2 kartus didesnis ir apverstas.

6. Uždavinys

Dvi metalinės talpos sujungtos čiaupu. Jose yra tos pačios rūšies dujos kurių tūris, slėgis ir temperatūra atitinkamai V_1, p_1, T_1 ir V_2, p_2, T_2. Koks bus dujų slėgis ir temperatūra kai atsukus čiaupą dujos susimaišys?

(5 balai)



Sprendimas:

Atsukus čiaupą dujos susimaišys ir nusistovės slėgis p ir temperatūra T. Temperatūrą rasime iš šilumos balanso lygties: kiek vienos dujos neteko šilumos, kiek kitos dujos gavo šilumos, suminis šilumos kiekis nepakito

$Q_1 + Q_2 = 0.$ (1)

Kadangi pasikeitė temperatūra

$C_1v_1(T - T_1) + C_2v_2(T - T_2) = 0,$ (2)

čia v_1 ir v_2 dujų medžiagų kiekiai, o C_1 ir C_2 jų molinės šilumos, kadangi dujos vienodos

$C_1 = C_2 = C.$

Iš (2) suprastinę C ir išreiškę T:

$$T = \frac{v_1T_1+v_2T_2}{v_1+v_2}. \quad (3)$$

Medžiagos kiekius v_1 ir v_2 rasime iš būvio lygties, taikydami ją abiejuose balionuose esančioms dujoms iki atidarant čiaupą

$p_1V_1 = v_1RT_1,$

$p_2V_2 = v_2RT_2,$

$$v_1 = \frac{p_1V_1}{RT_1},$$

$$v_2 = \frac{p_2V_2}{RT_2}. \quad (4)$$

Taigi temperatūra bus

$$T = \frac{p_1V_1+p_2V_2}{\frac{p_1V_1}{T_1}+\frac{p_2V_2}{T_2}}. \quad (5)$$

Rasime slėgį p. Bendras susimaišiusių dujų slėgis pagal Daltono dėsnį susidės iš atskirų dujų parcialinių (dalinių) slėgių

$$p = p_1^* + p_2^*, \quad (6)$$

p_1^* ir p_2^* yra „1“ „2“ dujų slėgiai po to, kai čiaupas buvo atsuktas ir dujos susimaišė. Slėgius p_1^* ir p_2^* rasime pasinaudodami Mendelejevo-Klapeirono lygtimi (nes nepasakyta kokiu procesu dujos išsiplėtė). Šią lygtį taikysime abiem dujoms atskirai:

$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_1^*V_1^*}{T},$$

$$\frac{p_2V_2}{T_2} = \frac{p_2^*V_2^*}{T}. \qquad (7)$$

Jau žinome, kad po susimaišymo nusistovės temperatūros T, todėl į (7) ją įrašėme. Tūriai V_1^* V_2^* yra dujų „1“ „2“ užimami tūriai, tačiau abejos dujos pasklido po abu balionus todėl

$$V_1^* = V_2^* = V_1 + V_2 = V. \qquad (8)$$

Kadangi V_1 ir V_2 duoti, žinome ir V. Iš (7)

$$p_1^* = \frac{Tp_1V_1}{T_1V},$$

$$p_2^* = \frac{Tp_2V_2}{T_2V}.$$

Įstatę į (6) randame nusistovėjusį slėgį

$$p = \frac{T}{V}\left(\frac{p_1V_1}{T_1} + \frac{p_2V_2}{T_2}\right).$$