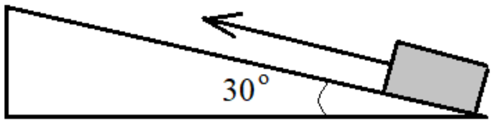
XXVIII prof. K. Baršausko fizikos konkursas

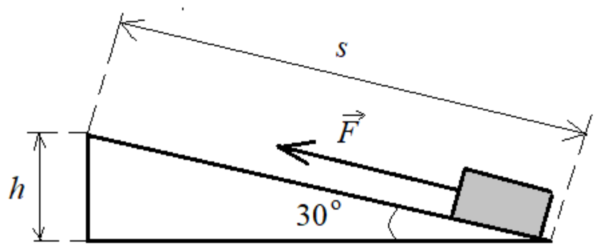
Kaunas, 2024-03-02

11 klasė (25 balai)

1. Daiva, kurios masė 50 kg, užsimetė kuprinę ant pečių ir užlipo į 2 m aukštį, atlikdama 1,2 kJ darbą. Į kokį aukštį būtų galima šią kuprinę užtempti nuožulnia plokštuma į viršų (pav.), kurios polinkio kampas lygus 30^o, jei 12 N tempimo jėgos atliktas darbas būtų toks pats, kaip ir Daivos. Kokia yra kuprinės masė? ($g \approx 9{,}8$ m/s^2) **(3 balai).**



Duota:
Nuožulnios plokštumos ilgis - s; nuožulnios plokštumos aukštis - h; Daivos masė: m_D = 50 kg; aukštis: h_1 = 2 m; darbas: A_1 = 1200 J; $\alpha=30^o$; g = 9,8 m/s^2
Rasti: h-?; m_K -?
Sprendimas:



Mechaninės jėgos atliktą darbą ir kūno nueitą kelią sieja lygtis (pav.):

$$A = F \cdot s \cdot \cos\,\alpha \qquad \rightarrow \qquad s = \frac{A}{F \cdot cos\alpha} = \frac{1200}{12 \cdot cos0} = 100\,m$$

Žinodami nuožiulniosios plokštumos ilgį, galime surasti aukštį:
$h = s \cdot sin30 = 100 \cdot 0{,}5 = \underline{50\text{ m}}$
Surandama kuprinės masė m_K. Atliktą darbą prilyginame potencinei energijai aukštyje h_1:
$(m_D + m_K) \cdot g \cdot h_1 = A_1$
$(50 + m_K) \cdot 9{,}8 \cdot 2 = 1200$
m_K = 11,2 kg;

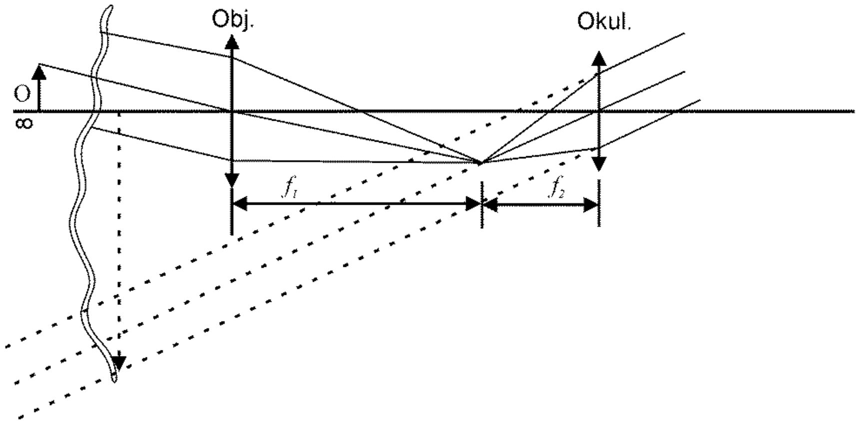
Atsakymas: h=50 m, m_K =11,2 kg.

2. Astronominiu teleskopu stebimas už 10000 m esantis 100 m aukščio bokštas. Teleskopo objektyvo ir okuliaro židinio nuotolių santykis yra lygus 8:1, abu teleskopo lęšiai yra glaudžiantieji. Kokiu atstumu susidarys bokšto atvaizdas ir kokio jis bus aukščio? **(5 balai).**
Duota:

Atstumas nuo bokšo iki teleskopo (vertinama iki pirmojo lęšio) $u = 10\ 000$ m, bokšto aukštis $h_1 = 100$ m, objektyvo lęšio židinio nuotolis - f_1, okuliaro židinio nuotolis - f_2, lęšių židinio nuotolių santykis $\frac{f_1}{f_2} = 8$.

Rasti: atvaizdo nuotolį v_2 ir atvaizdo aukštį h_2.

Sprendimas:



1 pav. Iliustratyvi schema vaizduojanti spindulių kelią.

Teleskopas yra dviejų lęšių sistema, vadinasi užduotį išspręsti galima nagrinėjant sistemą etapais, t.y. pirmiausia nagrinėti kaip susidaro atvaizdas kai turime tik pirmąjį lęšį, o po to nagrinėti okuliaro lęšį neatsižvelgiant į objektyvo lęšį.

Analizuojame kur susidarys atvaizdas pirmojo glaudžiamojo lęšio atžvilgiu. Tam naudojame plonojo lęšio formulę:

$$\frac{1}{u} + \frac{1}{v_1} = \frac{1}{f_1} \quad (1)$$

Čia u – daikto (bokšto) atstumas iki pirmojo lęšio (objektyvo), v_1- daikto (bokšto) atvaizdo atstumas iki objektyvo lęšio, f_1 – objektyvo lęšio židinio nuotolis.

$$v_1 = \frac{uf_1}{u-f_1} \quad (2)$$

Įvertinus atstumą tarp dviejų teleskopo lęšių ($f_1 + f_2$), galima įvertinti kokiu atstumu atvaizdas yra okuliaro atžvilgiu u_1:

$$u_1 = f_1 + f_2 - \frac{uf_1}{u-f_1} = \frac{uf_2 - f_1^2 - f_1 f_2}{u-f_1} \quad (3)$$

Čia u_1 – objekto atstumas iki okuliaro, f_2 – okuliaro lęšio židinio nuotolis, $f_1 + f_2$ yra atstumas tarp objektyvo ir okuliaro lęšių.

Šį atstumą u_1 panaudojame plonojo lęšio formulėje, tik šį kartą jį naudojame kaip objekto atstumą ir ieškome atvaizdo atstumo v_2:

$$\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_2} = \frac{1}{f_2} \quad (4)$$

Įvertinę (3), gauname:

$$\frac{1}{v_2} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{u_1} = -\frac{f_1^2}{f_2(uf_2 - f_1^2 - f_1 f_2)} \quad (5)$$

$$v_2 = -\frac{f_2(uf_2 - f_1^2 - f_1 f_2)}{f_1^2} \quad (6)$$

Kadangi $u \gg f_1, f_2$, todėl galime nevertinti $f_1 f_2$ ir f_1^2 narių, todėl galutinis atvaizdo atstumas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$v_2 = -u\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 = -10^4\left(\frac{1}{8}\right)^2 = -156{,}25 \text{ m.}$$

Neigiama atstumo vertė rodo, kad objekto atvaizdas yra menamas ir susiformuoja į kairę pusę nuo okuliaro. Objekto atvaizdo aukštį galime įvertinti apskaičiuodami didinimą. Didinimas išreiškiamas lygtimi:

$$M_T = -\frac{atvaizdo\ atstumas\ iki\ lęšio}{objekto\ atstumas\ iki\ lęšio} \tag{7}$$

Kadangi teleskopą sudaro du lęšiai, tai bendras sistemos didinimas bus:

$$M = \frac{v_1}{u} \times \frac{v_2}{u_1}$$

Įvertinus (2), (3) ir (6) išraiškas gauname:

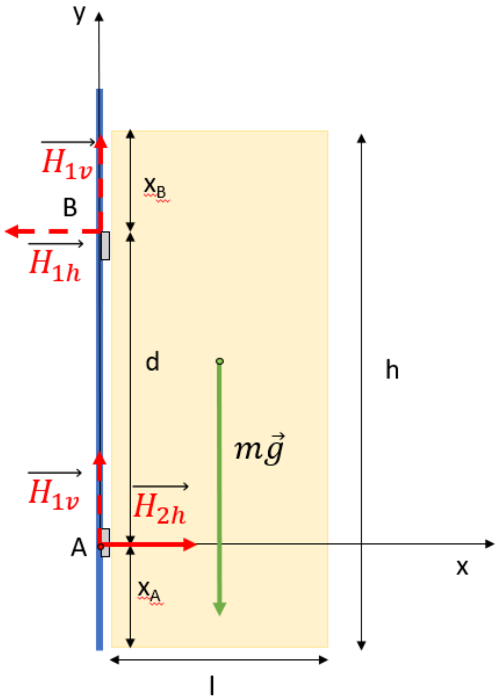
$$M \cong -\frac{f_2}{f_1} = -\frac{1}{8} = -0{,}125$$

Apskaičiuojame galutinio atvaizdo aukštį:
$h_2 = h_1 \times M = 100\ m \times (-0{,}125) = -12{,}5\ m$. (Neigiamas ženklas rodo, kad atvaizdas yra apverstas).

Atsakymas: bokšto atvaizdas yra 156,25 m atstumu į kairę nuo objektyvo, jo aukštis yra 12,5 m ir atvaizdas yra menamasis.

3. 1,05 m pločio ir 2,20 m aukščio bei 284 N sveriančios durys pakabintos ant dviejų vyrių, kurių vienas įrengtas 0,5 m atstumu nuo durų viršaus, o kitas - 0,5 m nuo durų apačios (pav.). Kiekvienam vyriui tenka pusė durų svorio. Raskite jėgų, kuriomis durys veikia kiekvieną vyrį, horizontaliąsias dedamąsias (komponentes). Pastaba: durų svorio centras yra durų centre. **(5 balai).**
Duota: $P = mg = 284\ N$, $l = 1{,}05\ m$, $h = 2{,}20\ m$, $x_A = 0{,}5\ m$, $x_B = 0{,}5\ m$.
Rasti: H_{1h}, H_{2h} -?

Sprendimas:
Apatinį vyrį (taškas *A*) pasirenkame koordinačių sistemos pradžia. Pažymime duris ir vyrius veikiančias jėgas ir jų vertikaliąsias ir horizontaliąsias dedamąsias. Viršutinį ir apatinius vyrius veikia jėgos: H_{1v}, H_{2v}, H_{1h}, H_{2h}.



Vyrių veikiančios jėgos vertikalioji dedamoji lygi pusei durų svorio jėgos:

$H_{1v} = H_{2v} = \frac{mg}{2}$ (1).

Užrašome vyrius veikiančių jėgų projekcijas į x ir y ašis ir jėgų momentus A ir B taškų atžvilgiu:

$\sum \overrightarrow{F_x} = m\overrightarrow{a_x}$ (2).

$\sum \overrightarrow{F_y} = m\overrightarrow{a_y}$ (3).

x: $H_{2h} - H_{1h} = 0$ (4)

y: $H_{1v} + H_{2v} = mg$ (5).

Iš (4) lygties gauname:

$H_{1h} = H_{2h}$ (6)

$\sum \overrightarrow{M_A} = 0$ (7)

$\sum \overrightarrow{M_B} = 0$ (8)

$\overrightarrow{M_A} = \vec{r} \times m\vec{g}$ (9).

Atstumas tarp vyrių lygus (petys):

$d = h - x_A - x_B$ (10).

$H_{2h}d - \frac{1}{2}mgl = 0$ (11).

Iš (11) lygties išreiškiame apatinį durų vyrį (taške A) veikiančios jėgos horizontaliąją dedamąją:

$$H_{2h} = \frac{1}{2}mg \cdot \left(\frac{l}{d}\right) \text{ (12)}$$

$$H_{2h} = \frac{1}{2}mg \cdot \left(\frac{l}{d}\right) = \frac{1}{2} \cdot 284 \cdot \left(\frac{1{,}05}{1{,}20}\right) = 124{,}25\ N$$

Iš (8) lygties randame viršutinį vyrių (taške B) veikiančios jėgos horizontaliąją dedamąją:

$$-H_{1h}d - \frac{1}{2}mgl = 0 \text{ (13)}$$

$$H_{1h} = -\frac{1}{2}mg \cdot \left(\frac{l}{d}\right) = -\frac{1}{2} \cdot 284 \left(\frac{1{,}05}{1{,}20}\right) = -124{,}25\ N$$

Atsakymas: $\boldsymbol{H_{1h} = -124{,}25\ N}$**,** $\boldsymbol{H_{2h} = 124{,}25\ N}$**.**

4. 65 cm³ geležies luitas išimamas iš įkaitintos iki 800°C krosnies. Ką tik išimtas luitas tuoj pat įmetamas į 200 ml kambario temperatūros (20°C) vandenį. Nustatykite išgaravusio vandens, kuris išgaruoja dėl įdėto karšto geležies luito, dalį. Geležies tankis yra 7870 kg/m^3, geležies savitoji šiluma yra 449 J/(kg·K). Vandens savitoji šiluma yra 4190 J/(kg·K), o vandens savitoji garavimo šiluma yra 2,26·10^6 J/kg. Laikome, kad šilumos mainai su aplinka nevyksta ir sistemoje nusistovi šiluminė pusiausvyra. **(3 balai).**

Duota:

$t_{1Fe} = 800$ ℃, $t_{1V} = 20$ ℃, $\rho_{Fe} = 7870\ kg/m^3$, $V_{Fe} = 65\ cm^3 = 65 \cdot 10^{-6}\ m^3$, $V_V = 200\ ml = 0{,}200\ l$,

$c_{Fe} = 449\ J/(kgK)$, $c_V = 4190\ J/(kgK)$, $L_g = 2{,}26 \cdot 10^6\ J/kg$.

Rasti: Mg/Mv - ?

Sprendimas:

Procesui galioja energijos tvermės dėsnis:

$$Q_{Fe} + Q_V + Q_g = 0 \ (1).$$

Vėstant įkaitintam geležies luitui, jo prarasta šilumos energija (jam atvėstant) yra atiduodama vandeniui, todėl vanduo įkaista ir dalis jo išgaruoja.

Geležies luito masė:

$$M_{Fe} = \rho_{Fe} \cdot V_{Fe} \ (2)$$

$$M_{Fe} = 7870 \cdot 65 \cdot 10^{-6} = 0{,}512 \ kg.$$

Šilumos kiekis reikalingas pakelti vandens temperatūrą iki garavimo temperatūros (t_2 = 100°C):

Temparatūras Celsijaus laipsniais perskaičiuojame į absoliutines temperatūras: T_{1V} = 293 K, T_2 = 373 K.

$$Q_V = M_V \cdot c_V \cdot \left[T_2 - T_{1_V}\right] \ (3),$$

$$Q_V = 0{,}2 \cdot 4190 \cdot [373 - 293] = 67 \ kJ.$$

Šilumos kiekį, kurį praranda geležies luitas panardintas į vandenį:

Įkaitintos geležies absoliutinė temperatūra T_{1Fe} = 1073 K.

$$Q_{Fe} = M_{Fe} \cdot c_{Fe} \cdot \left[T_2 - T_{1_{Fe}}\right] \ (4),$$

$$Q_{Fe} = 0{,}512 * 449 * [373 - 1073] = -160{,}9 \ kJ.$$

Šilumos kiekis reikalingas vandeniui išgarinti:

$$Q_g = -\,Q_{Fe} - Q_V \ (5).$$

Išgaravusio vandens masė:

$$M_g = \frac{Q_g}{L_g} \ \ (6).$$

$$M_g = \frac{-Q_{Fe} - Q_V}{L_g}$$

$$M_g = \frac{-\,M_{Fe} \cdot c_{Fe} \cdot \left[T_2 - T_{1_{Fe}}\right] - M_V \cdot c_{Fe} \cdot [T_2 - T_{1_V}]}{L_g}$$

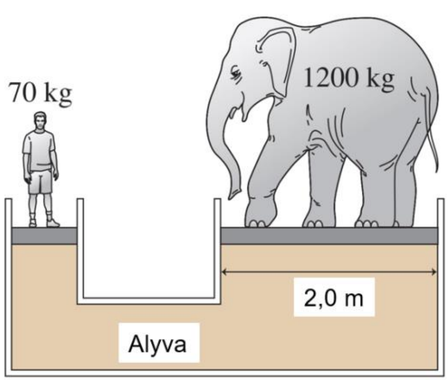
$$M_g = \frac{160{,}9 \cdot 10^3 - 67 \cdot 10^3}{2{,}26 \cdot 10^6} = \frac{93{,}9 \cdot 10^3}{2{,}26 \cdot 10^6} = 4{,}15 \cdot 10^{-2} kg.$$

Radę išgaravusio vandens masę, galimą apskaičiuoti išgaravusio vandens dalį:

$$\frac{M_g}{M_v} = \frac{4{,}15 * 10^{-2}}{0{,}20} * 100\% = 20{,}8\%.$$

Atsakymas: $\boldsymbol{\frac{M_g}{M_v} = 0{,}208 \ arba \ 20{,}8}$ %.

5. 70 kg sveriantis studentas, stovėdamas ant stūmoklio (pav.), išlaiko tame pat aukštyje ir 1200 kg sveriantį dramblį. Kokio skersmens yra stūmoklis ant kurio stovi studentas? Kai šalia stovinčio studento atsistoja dar vienas studentas, stūmoklis nusileidžia 35 cm. Kokia yra antro studento masė? Laikoma, kad stūmoklis yra apskritimo formos, o alyvos tankis ρ=900 kg/m^3. **(4 balai).**



Duota:

m_{stud}=70 kg, m_{dr}=1200 kg, ρ_{alyvos}=900 kg/m^3, d_2=2,0 m.

Rasti: d_1; m_{stud2}-?

Sprendimas:

Laikome, kad alyva yra nespūdus skystis. Hidraulinis keltuvas yra pusiausvyros padėtyje, kai abu stūmokliai yra tame pačiame aukštyje (žr. paveiksle). Naudojamės lygtimi:

$$F_2 = \frac{S_2}{S_1}F_1 - \rho g h S_2 \quad (1).$$

F_1 – jėga, kuria studentas veikia stūmoklį ant kurio stovi (N), $S_1 = \pi r_1^2$ – stūmoklio, ant kurio stovi studentas, plotas (m^2), F_2 – jėga, kuria dramblys veikia stūmoklį ant kurio stovi (N), $S_2 = \pi r_2^2$ – stūmoklio, ant kurio stovi dramblys, plotas (m^2), ρ – alyvos tankis (kg/m^3), g – laisvojo kritimo pagreitis (m/s^2), h – aukščių tarp stūmoklių skirtumas.

Pradiniu momentu tarp abiejų stūmoklių yra pusiausvyra (nėra aukščių skirtumo, $h = 0$ m), todėl (1) lygtį galime užrašyti:

$$\frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1} \quad (2),$$

Kadangi stūmoklis yra apskritimo formos, tai jo paviršiaus plotas yra πr^2. Jėga, kuria dramblys ir studentas veikia stūmoklius yra lygi jų sunkio jėgai, todėl (2) lygtį galima užrašyti:

$$\frac{m_{dr}\mathrm{g}}{\pi(r_2)^2} = \frac{m_{stud}\mathrm{g}}{\pi(r_1)^2} \ (3)$$

Iš (3) lygties galime surasti pirmojo stumūklio spindulį ir skersmenį:

$$r_1 = \sqrt{\frac{m_{stud}\cdot\mathrm{g}}{m_{dr}\cdot\mathrm{g}}}\cdot r_2 = \sqrt{\frac{70\cdot\mathrm{g}}{1200\cdot\mathrm{g}}}\cdot 1{,}0 = 0{,}24 \text{ m}.$$

$$d_1 = 2\cdot r_1 = \pi r^2 1 = 0{,}48 \text{ m}.$$

Atsistojus antrajam studentui, stūmokliai jau nebus tame pačiame aukštyje, todėl:

$$\frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1} - \rho g h$$

$$F_1 = m_{stud2}\cdot\mathrm{g} + 70\cdot\mathrm{g}$$

Išsireiškiame antrojo studento masę:

$$m_{stud2} = \frac{m_{dramb}\cdot S_1}{S_2} - 70 + \rho\cdot h\cdot S_1 = \frac{1200\cdot\pi\cdot(0{,}24)^2}{\pi\cdot(1{,}0)^2} - 70 + 900\cdot 0{,}35\cdot\pi\cdot(0{,}24)^2 = 56 \text{ kg}.$$

Atsakymas: **d_1=0,48m; m_{stud2}=56 kg.**

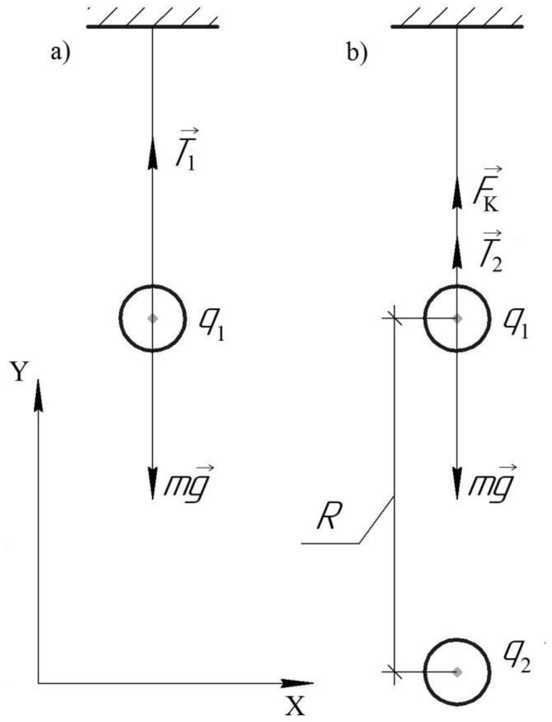
6. Ant plono siūlo yra pakabintas 300 g masės įelektrintas rutulys. Kuomet 40 cm atstumu (nuo apačios) buvo patalpinamas tokį patį krūvį turintis rutuliukas, siūlo įtempimo jėga sumažėjo keturis kartus. Žinoma, kad abiejų rutulių spinduliai yra 2 cm. Raskite koks yra pakabinto rutulio paviršinis krūvio tankis (krūvis tenkantis paviršiaus plotui). Elektrinė konstanta $\varepsilon_0 \approx 8{,}85\cdot10^{-12}$ F/m, $\varepsilon \approx 1{,}0$, laisvojo kritimo pagreitis yra 9,8 m/s^2, k ≈ $8{,}99\cdot10^9$ N/(C^2·m^2) **(5 balai).**

Duota:

m=0,300 kg, R=0,44 m, r=0,02 m, $\varepsilon_0 \approx 8{,}85\cdot10^{-12}$ *F/m,* $\varepsilon\approx1{,}0$, *g=9,8 m/s^2*, k ≈ $8{,}99\cdot10^9$ N/(C^2·m^2), $T_1=4\cdot T_2$, $q_1=q_2$.

Rasti: σ-?

Sprendimas: Nusibraižome brėžinius (žr. paveikslus).



Pakabintą rutuliuką veiks sunkio jėga ($m\vec{g}$) ir siūlo įtempimo jėga ($\vec{T}_1$) (a pav.). Pažymime koordinačių ašis ir pakabintam rutuliukui taikome antrąjį Niutono dėsnį:

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 = m\vec{a} \quad (1).$$

Užrašome, rutulį veikiančių jėgų projekcijas į y koordinačių ašį:

$$T_1 - mg = 0 \text{ arba } T_1 = mg \ (2).$$

Apačioje patalpinus antrą įelektrintą rutuliuką, pakabintą rutuliuką papildomai ims veikti Kulono jėga. Pavaizduojame pakabintą rutuliuką veikiančias jėgas ir taikome antrąjį Niutono dėsnį (b pav.);

$$m\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{F}_K = m\vec{a} \quad (3).$$

Užrašome, rutulį veikiančių jėgų projekcijas į y koordinačių ašį:

$$-mg + T_2 + F_K = 0 \quad (4).$$

Atsižvelgdami į (2) lygtį ir žinodami siūlo įtempimo jėgas gauname:

$$-mg + \frac{mg}{4} + F_K = 0, \ -4mg + mg + 4F_K = 0 \text{ arba } 3mg = 4F_K \ (5).$$

Jėgą, veikiančią tarp dviejų įelektrintų t.y. vienodą krūvį turinčių rutulių, randame iš Kulono dėsnio:

$$F_k = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_o \cdot R^2} \ (6).$$

Įelektrinto rutuliuko krūvį galima rasti lygtimi:

$$q_1 = \sigma \cdot S \ (7).$$

Rutuliuko paviršiaus plotas:

$$S = 4\pi \cdot r^2 (8).$$

Atsižvelgdami, kad abiejų rutuliukų krūviai yra vienodi ir (7) bei (8) lygtis įstatę į (6) gauname:

$$F_k = \frac{q_1^2}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_o \cdot R^2} = \frac{16 \cdot \pi^2 \cdot \sigma^2 \cdot r^4}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_o \cdot R^2} = \frac{4\pi \cdot \sigma^2 \cdot r^4}{\varepsilon \cdot \varepsilon_o \cdot R^2} \ (9).$$

Atsižvelgus į (5) lygtį, (9) lygtį galime užrašyti:

$$3mg = \frac{16 \cdot \pi \cdot \sigma^2 \cdot r^4}{\varepsilon \cdot \varepsilon_o \cdot R^2} \ (10).$$

Iš gautos (10) lygties galime suskaičiuoti paviršinį krūvio tankį:

$$\sigma = \sqrt{\frac{3m \cdot g \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_o \cdot R^2}{16 \cdot \pi \cdot r^4}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 0{,}300 \cdot 9{,}8 \cdot 1 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}44^2}{16 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}02^4}} = \sqrt{\frac{15{,}11 \cdot 10^{-12}}{8{,}04 \cdot 10^{-6}}} =$$

$$= \sqrt{1{,}88 \cdot 10^{-6}} = 1{,}37 \cdot 10^{-3}\ C/m^2$$

Pastaba: Jeigu laikoma, kad rutuliukai yra taškiniai krūviai ir jų spinduliai yra maži lyginant su atstumu tarp įelektrintų rutuliukų, tuomet sprendime galima naudoti, kad R=0,40 m.

Atsakymas: $\boldsymbol{\sigma=1{,}37\cdot10^{-3}\ C/m^2}$ *arba jeigu laikoma, kad atstumas tarp rutuliukų centrų buvo* **0,40 m,** $\boldsymbol{\sigma=1{,}25\cdot10^{-3}\ C/m^2}$**.**