XXVIII prof. K. Baršausko fizikos konkursas

Kaunas, 2024-03-02

12 klasė (25 balai)

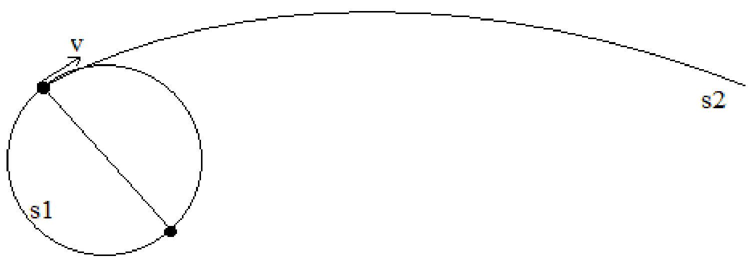
1. Uždavinys (4 balai)

Turim svaidyklę (kaip vėjo malūnas) su dviem rankomis (vienos rankos ilgis 0.5 m), kurios sukamos 95% efektyvumo variklio. Svaidyklės viena ranka laiko atsvarą, o kita sviedinį (abu svoriai vienodos masės 900 g). Sviedinys įgreitinamas dviem apsisukimais ir paleidžiamas optimaliausiu kampu. Sviedinys už 0.6 km pataiko į taikinį, tokiame pačiame aukštyje iš kokio buvo paleistas. Kokios galios variklį turi ši svaidyklė?

Sprendimas

Duota

r = 0.5 m, m = 0,9 kg, s_2 = 600 m, η = 0.95, α = 45°.

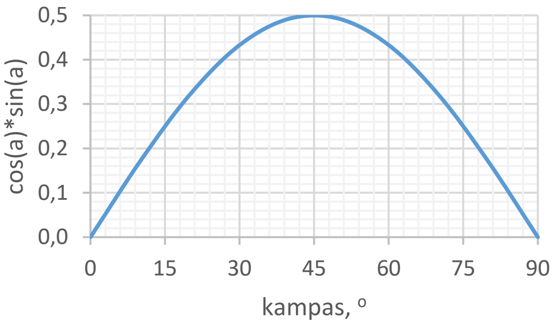


Pirmiausiai randame sviedinio skridimo laiką (t_p – paleisto sviedinio, pakylančio iki aukščiausio taško, laikas, t_s – sviedinio skridimo laiką) $v = v_0 + gt \quad 0 = v_{y0} - gt_p => t_p = \frac{v_{y0}}{g}$

$$t_s = 2t_p = 2\frac{v_{y0}}{g} \qquad (1)$$

Paleisto sviedinio greitis (toliausiai numetamas, kai paleidimo kampas 45°, tada $\cos\alpha = \sin\alpha$)

Paaiškinimas: pažvelgus į $\cos\alpha$ ir $\sin\alpha$, galima pamatyti, kad $\cos\alpha$ atsakingas už greitį link tikslo, o $\sin\alpha$ atsakingas už sviedinio skridimo laiką. Norint rasti didžiausią nuskrietą kelią reikia rasti jų didžiausią sandaugą, kuri bus prie, kai paleidimo kampas 45°.



$v_{x0} = v\cos\alpha \qquad v_{y0} = v\sin\alpha \qquad v_{x0} = \frac{s_2}{t_s} = \frac{gs_2}{2v_{y0}} \qquad v\cos\alpha = \frac{gs_2}{2v\sin\alpha}$

$$v = \sqrt{\frac{gs_2}{2\sin\alpha\cos\alpha}} = \sqrt{\frac{gs_2}{2\cos^2 45}} = \sqrt{gs_2} \qquad (2)$$

Energijos kiekis reikalingas suteikti sviediniui $E_k = \frac{mv^2}{2} = A = Fs_1$ (3)

Greitinimo keliais s_1, kai didžiausias numetamas atstumas gaunamas paleidžiant 45° kampu su žeme

$$s_1 = 2 * 2\pi r = 4\pi r \qquad (4)$$

Laiko tarpas per kurį sviedinys yra įgreitinamas $F = \frac{mv^2}{2s_1} = am \qquad a = \frac{v^2}{2s_1} = \frac{v}{t}$

$$t = \frac{2s_1}{v} \qquad (5)$$

Variklio galia reikalinga įgreitinti sviedinį $N_n = \frac{A}{t} \qquad \eta = \frac{N_n}{N_v}$

$$N_v = \frac{N_n}{\eta} = \frac{A}{t\eta} = \frac{E_k}{t\eta} \qquad (6)$$

Svaidyklė naudojamo variklio galia yra du kartus didesnė nei galia reikalinga įgreitinti sviedinį pagal lygtis (2-6), nes tuo pačiu yra įgreitinamas ir atsvaras

$$N_v = 2\frac{mv^2}{\eta 2t} = \frac{mv^3}{\eta 2s_1} = \frac{m(gs_2)^{\frac{3}{2}}}{8\pi r\eta} = \frac{0.9(9.8 * 600)^{\frac{3}{2}}}{8 * \pi * 0.5 * 0.95} \approx 34\ kW$$

2. Uždavinys (4 balai)

m=15 g azoto patalpinta uždarame inde. Temperatūra inde T_0=300 K. Kokį šilumos kiekį reikia suteikti azotui (N_2), kad jo dalelių vidutinis kvadratinis greitis padidėtų η=2,0 kartų.

Sprendimas

$$Q = C_V\, n(T - T_0)$$

$$C_V = \frac{i}{2} R$$

$$v = \eta v_0$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{3kT_0}{m}}$$

$$\sqrt{\frac{3kT}{m}} = \eta \sqrt{\frac{3kT_0}{m}} => \frac{3kT}{m} = \eta^2 \frac{3kT_0}{m} => T = \eta^2 T_0$$

$$Q = \frac{i}{2} R \frac{m}{M} (\eta^2 T_0 - T_0) = \frac{i}{2} R \frac{m}{M} T_0 (\eta^2 - 1) = \frac{5}{2} \cdot 8{,}31 \cdot \frac{15}{28} \cdot 300(2^2 - 1) = 10\ kJ$$

3. Uždavinys (3 balai)

Titano, didžiausio Saturno palydovo, vidutinis orbitos spindulys yra 1,22*10^9 m. Jo orbitinis periodas yra lygus 15,95 dienos. Hyperiono, kito Saturno palydovo, orbitos spindulys yra 1,48*10^9 m. Apskaičiuokite orbitinį Hyperiono periodą dienomis.

Sprendimas

Pažymėkime:

R_T=1,22*10^9 m

T_T=15,95 dienos

R_H=1,48*10^9 m

T_H=?

Naudojant trečią Keplerio dėsnį:

$$\left(\frac{T_T}{T_H}\right)^2 = \left(\frac{R_T}{R_H}\right)^3$$

Įstatome reikšmes:

$$\left(\frac{15{,}95}{T_H}\right)^2 = \left(\frac{1{,}22 * 10^9}{1{,}48 * 10^9}\right)^3$$

$$\left(\frac{15,95}{T_H}\right)^2 = (0,824)^3$$

$$\frac{254,4}{T_H^2} = 0,560$$

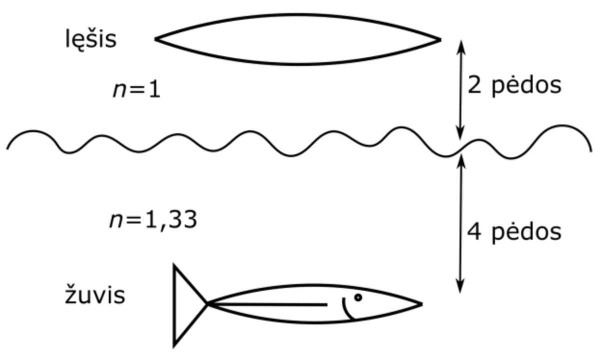
$$T_H = \sqrt{\frac{254,4}{0,560}}$$

$$T_H = 21,3$$

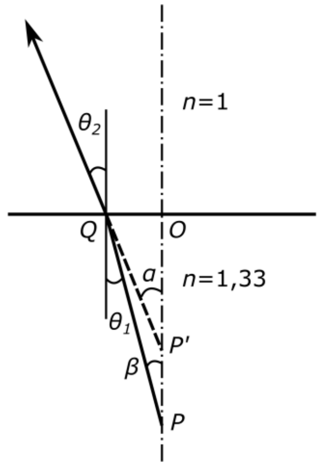
Atsakymas: 21,3 dienos

4. Uždavinys (5 balai)

Nedidėlė žuvis Drūkšių ežere plaukia 4 pėdų gylyje po vandeniu. Ją stebime iš oro per plonąjį glaudžiamąjį lęšį, kurio židinio nuotolis yra 30 pėdų. Kokiame aukštyje stebėtojas matys žuvį jeigu lęšis yra 2 pėdos virš vandens (**1 pav.**)? Laikykite, kad žuvis yra lęšio optinės ašies centre, o oro ir vandens lūžio rodikliai yra atitinkamai, $n_{oro} = 1$ ir $n_{vandens} = 1,33$. Viena pėda yra 0,3048 m.



Sprendimas



Objektas vandenyje esantis taške P stebėtojui ore atrodo esantis taške P' (**2 pav.**). Paraksialinė šviesa (taikome mažo kampo aproksimaciją, švies sklinda mažai nuo ašies nukrypusiais kampais) atsispindinti nuo žuvies taške P lūžta ties vandens paviršiumi taške Q. Remiantis Snelio dėsniu:

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_{oro}}{n_{vandens}}$$

Kadangi kampai θ_1 ir θ_2 yra maži, galime supaprastinti $\sin\theta \approx \theta$:

$n_{vandens}\theta_1 = n_{oro}\theta_2$ arba $1{,}33 \cdot \theta_1 = \theta_2$

taip pat:

$$\theta_2 = \alpha \approx \frac{\overline{OQ}}{\overline{OP'}}$$

$$\theta_1 = \beta \approx \frac{\overline{OQ}}{\overline{OP}}$$

Tuomet mes turime

$$1{,}33 \cdot \frac{\overline{OQ}}{\overline{OP}} = \frac{\overline{OQ}}{\overline{OP'}}$$

$$\overline{OP'} = \frac{1}{1{,}33} \cdot \overline{OP} = \frac{4}{1{,}33} = 3 \text{ pėdos.}$$

Laikykime, kad atstumas tarp žuvies ir lęšio centro yra u, tuomet:

$u = 2 + \overline{OP'} = 2 + 3 = 5$ pėdos.

Iš plonojo lęšio formulės $\frac{1}{f} = \frac{1}{u} + \frac{1}{v}$, mes gauname:

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{f} - \frac{1}{u} = \frac{u-f}{fu}$$

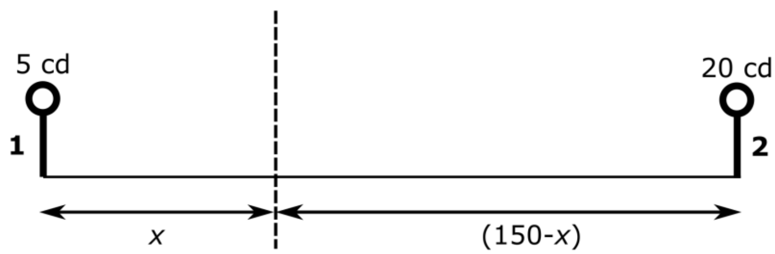
$v = \frac{uf}{u-f} = \frac{5 \cdot 30}{5-30} = -6$ pėdos.

Taigi per atitinkamą lęšį stebimas žuvies atvaizdas vandenyje yra ten pat kur ir žuvis, t. y. 6 pėdos po vandeniu.

5. Uždavinys (4 balai)

Dvi skirtingos lemputės, kurių šviesos stipris yra 5 ir 20 kandelų yra 150 cm atstumu viena nuo kitos. Kokiu atstumu nuo lempučių jų apšvieta bus vienoda?

Sprendimas



Ieškoma padėtis, kur $E_1 = E_2$ piešinyje pažymėta vertikalia trūkia linija. Žinodami, kad šviesos intensyvumas tolstant nuo spinduolio slopsta kvadratu, galime rašyti:

$\frac{I_1}{x^2} = \frac{I_2}{(150-x)^2}$ arba $\frac{5}{x^2} = \frac{20}{(150-x)^2}$

Tuomet atliekame pertvarkymus ir gauname:

$4x^2 = (150-x)^2$

$4x^2 = 22500 - 300x + x^2$

$3x^2 + 300x - 22500 = 0$

Sprendžiame kvadratinę lygtį:

$x^2 + 100x - 7500 = 0$

$$x = \frac{-100 \pm \sqrt{100^2 - 4 \cdot (-7500)}}{2}$$

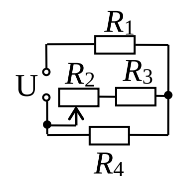
$x_1 = \frac{-100 + \sqrt{100^2 + 4 \cdot 7500}}{2} = 50$ cm

$$x_2 = \frac{-100 - \sqrt{100^2 + 4 \cdot 7500}}{2} = -150 \text{ cm}$$

Atstumas 50 cm užtikrina atstumą tarp dviejų lempų ir žymi atstumą nuo silpniau šviečiančio spinduolio „1”. Antrasis sprendinys atitinka 150 cm atstumą į kairę nuo silpniau šviečiančio spinduolio „1“ ir tuo atstumu apšviestumas nuo abiejų šaltinių vėl bus vienodas todėl abu sprendiniai yra prasmingi.

6 Uždavinys (5 balai)

Elektrinė grandinė sujungta pagal paveiksle pateiktą schemą.
Nubraižykite šilumos kiekio, išsiskiriančio rezistoriuje R_3 per 1 s, priklausomybės nuo varžyno R_2 varžos grafiką. R_1=1 Ω, 0<R_2<2 Ω R_3=3 Ω, R_4=4 Ω, U=1 V.



Sprendimas

Rezistoriuje R_3 išsiskyręs šilumos kiekis bus lygus $Q = U_3 I_3 = I_3^2 R_3$ (1)

Grandinėje matome nuosekliai sujungtą R_1 varžą su bloku R_{234}

R_2 *ir* R_3 yra sujungti nuosekliai, o R_{23} ir R_4 – lygiagrečiai.

Randame visos grandinės varžą:

$$R = R_1 + \frac{(R_2+R_3)\cdot R_4}{(R_2+R_3+R_4)} \quad (2)$$

Srovės stipris, pratekantis visoje grandinėje bus

$$I = \frac{U}{\left(R_1+\frac{(R_2+R_3)\cdot R_4}{(R_2+R_3+R_4)}\right)} \quad (3)$$

Matosi, kad esant pastoviai įtampai, ir keičiant varžos R_2 dydį, kiekvieną kartą per visą grandinę tekės kitokia srovė.

Galime paskaičiuoti jos vertes penkias vertes ir naudoti skaičiavimams arba statyti šią išraišką į galutinę formulę.

Norint rasti I_3, reikia pasirašyti balanso lygtį. Įtampa grandinėje, sujungtoje nuosekliai sumuojasi, o lygiagrečiai yra tokia pati:

$$U = U_1 + U_4 = U_1 + U_3 + U_2 \tag{4}$$

$$U = IR_1 + I_4R_4 = IR_1 + I_3R_3 + I_2R_2 \tag{5}$$

Iš grandinės matosi, kad $I_2=I_3$, todėl lygtį perrašome:

$$U = IR_1 + I_3R_3 + I_3R_2 = IR_1 + I_3(R_3 + R_2) \tag{6}$$

Iš čia gauname I_3 išraišką:

$$I_3 = \frac{U - IR_1}{(R_3+R_2)} = \frac{U - \frac{U}{\left(R_1 + \frac{(R_2+R_3)\cdot R_4}{(R_2+R_3+R_4)}\right)}R_1}{(R_3+R_2)} = \frac{1 - \frac{1}{\left(1+\frac{(R_2+3)\cdot 4}{(R_2+7)}\right)}1}{(3+R_2)} \tag{7}$$

Tokiu būdu statydami prieš tai gautas keturias pilnas sroves ir naudojant penkias R_2 rezistoriaus varžas, gauname penkias I_3 vertes, o iš jų penkis šilumos kiekius, išsiskyrusius per 1 s:

$$Q = U_3I_3 = I_3^2R_3 \tag{8}$$

R_2, Ω	0	0,5	1	1,5	2
Q_3, J	0,13	0,10	0,083	0,068	0,057