XXIX prof. K. Baršausko fizikos konkursas

Kaunas, 2025-03-01

12 klasė (25 balai)

1. Uždavinys

2 kg masės blokas slysta lygiu horizontaliu paviršiumi 5 m/s greičiu. Jis susiduria su horizontalia spyruokle (spyruoklės konstanta k = 400 N/m), suspausdamas ją, kol visiškai sustoja. Raskite maksimalų spyruoklės suspaudimą ir laiką, per kurį spyruoklė susispaudžia iki maksimalaus suspaudimo. Darome prielaidą, kad trinties su paviršiumi nėra. (3 balai)

Sprendimas:

Kai blokas suspaudžia spyruoklę iki maksimumo, visa pradinė jo kinetinė energija pavirsta spyruoklės potencine energija. Taikome energijos tvermės lygtį:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kx^2 \tag{1}$$

Raskime x:

$$mv^2 = kx^2$$

$$2\,kg \cdot 5^2\,m/s = 400 \cdot x^2$$

$$x^2 = \frac{50}{400} = 0.125\,m^2$$

$$x = 0.354\,m$$

Suspausdamas spyruoklę ir judėdamas į pusiausvyros padėtį iki maksimumo ir atgal blokas patiria paprastąjį harmoninį svyravimą. Spyruoklės-masės sistemą aprašanti formulė:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2}$$

Raskime kampinį dažnį (ω):

$$\omega = \sqrt{\frac{400\,N/m}{2\,kg}} \approx 14.14\,rad/s$$

Paprastajame harmoniniame svyravime laikas iki maksimalaus suspaudimo (ketvirtadalis pilno periodo) išreiškiamas:

$$t = \frac{T}{4} = \frac{2\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{2\omega} \tag{3}$$

$$t = \frac{3.14}{2 \cdot 14.14} \approx 0.111\,s$$

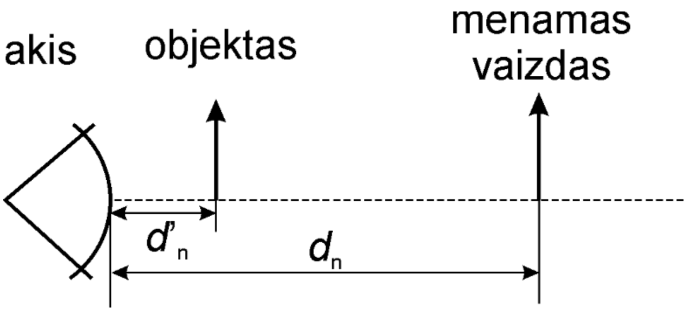
Atsakymas: 0,1 s

2. Uždavinys

Žmogus arčiausiai esantį objektą ryškiai mato už d_n=0,6 m atstumu nuo akių. Kokio stiprumo akinių jam reikėtų, kad ryškaus matymo atstumas sumažėtų iki d'_n=0,25 m. (3 balai)

Sprendimas

Žmogus yra toliaregis. Kuomet objektas yra d'_n=0,25 m atstumu jis atrodo lyg būtų d_n=0,6 m atstumu, t. y. žmogus mato jo menamą atvaizdą (**1- pav.**).



1 pav.

Naudodami plonojo lęšio formulę su $f=d'_n$ (atstumas tarp objekto ir lęšio) ir $d=-d_n$ (atstumas tarp atvaizdo ir lęšio) mes randame židinio nuotolį F ir lęšio laužiamąją gebą D,

$$D = \frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{d'_n} - \frac{1}{d_n} = 2{,}33 \text{ dioptrijos} \quad (1)$$

Todėl žmogui reikalingi akiniai su glaudžiančiais lęšiais, kurių židinio nuotolis yra f=0,43. Daugelio žmonių gebėjimas matyti daiktus iš arti prastėja ir mažiausias atstumas, kuriuo mato – tolsta (vystosi senatvinė toliaregystė). Skaitymo akiniai su amžiumi tampa būtini kai atstumas pasiekia rankų ilgį.

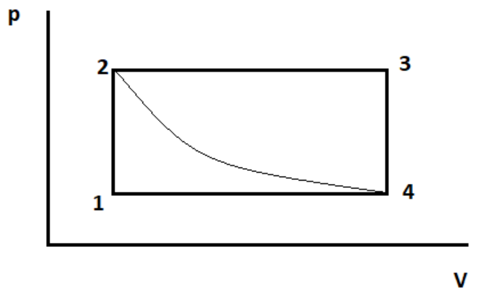
Atsakymas: 2,33 dioptrijos

3. Uždavinys

Vienas molis idealių dujų atlieka uždarą ciklą, susidedantį iš dviejų izochorių ir dviejų izobarių. Taškuose 1 ir 3, temperatūros atitinkamai yra T_1=324K ir T_3=400K, o taškai 2 ir 4 yra ant vienos izotermės. Raskite dujų atliekamą darbą per vieną ciklą. Universalioji dujų konstanta R=8,314 J/mol.K (4 balai)

Sprendimas

Iš pateiktų duomenų nubraižome ciklo grafiką ir sužymime taškus 1 - 4



1 pav

Darbas atliekamas procesuose 2-3 (teigiamas) ir 4-1 (neigiamas)

$A=A_{23}-A_{41}$ (1)

Procesai izobariniai, todėl darbas iš $A=p\Delta V$

Iš būsenos lygties vienam moliui

$PV=RT$ (2)

Izobarinio proceso atvejui galime parašyti

$p\Delta V= R\Delta T$ (3)

Todėl darbas izobarinio proceso metu gali būti išreikštas per temperatūros pokytį

$A=R\Delta T$ (4)

Pastarąją pritaikę duotam ciklui gauname

$A=R(T_3-T_2)-R(T_4-T_1)$ (5)

Kadangi $T_2=T_4=T$

$A=R(T_3-2T+T_1)$ (6)

Santykius T rasime iš izochorių 1-2 ir 3-4

$p_1/T_1=p_2/T_2$ (7)

$p_2/T_3=p_1/T_4$ (8)

tada

$T_4/T_1 = T_3/T_2$ (9)

Kadangi $T_2 = T_4 = T$

$T^2 = T_1 T_3$ (10)

Įstatę į (6) gauname: $A = R\left(T_3 - 2\sqrt{T_1 T_3} + T_1\right) = R\left(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1}\right)^2$ (11)

Atsakymas: $A = R\left(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1}\right)^2$

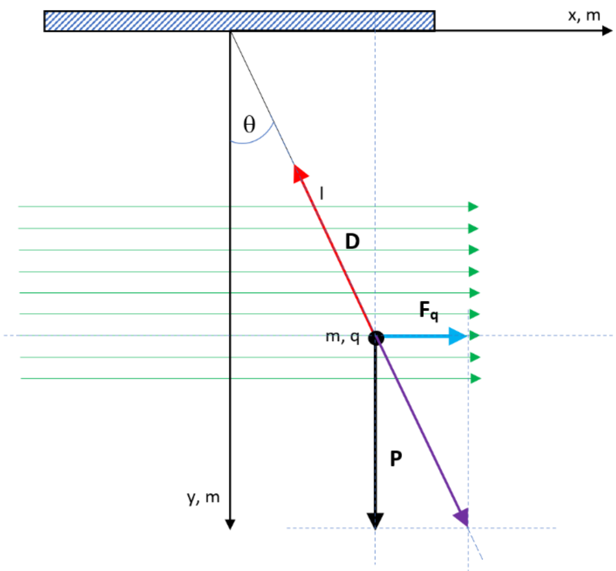
A= 33,256 J

4. Uždavinys

Ant netąsaus 30 cm ilgio siūlo pakabintas 80 g masės rutuliukas įkrautas $2\cdot10^{-6}$ C elektros krūviu. Ši svyruoklė yra veikiama vienalyčiu horizontaliu elektriniu lauku, kurio stipris yra 200 kV/m. Raskite siūlo įtempio jėgą, kai svyruoklė yra pusiausvyros padėtyje bei svyravimo dažnį pajudinus rutuliuką. (5 balai)

Sprendimas.

Nusibraižome schemą, pažymime jėgas, dydžius ir atskaitos sistemą:



Iš brėžinio matosi, kad pakabintą rutuliuką veikia sunkio jėga:

$$\vec{P} = m\vec{g} \quad (1)$$

Taip pat jį veikia elektrostatinė stūmos ar traukos jėga:

$$\overrightarrow{F_q} = \vec{E}q \quad (2)$$

Iš brėžinio matosi, kad šios jėgos yra statmenos viena kitai. Kadangi rutuliukas yra pusiausvyros padėtyje, sunkio ir elektrostatinės jėgų geometrinė suma skaitine verte yra lygi siūlo įtempio jėgai *D*.

Pritaikę Pitagoro teoremą randame *D*:

$$D = \sqrt{P^2 + E^2} = \sqrt{(mg)^2 + (Eq)^2} = \sqrt{(0{,}08 \cdot 9{,}81)^2 + (2 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-6})^2} \approx 0{,}9\ N \quad (3)$$

Svyruoklės periodui nustatyti naudojame matematinės švytuoklės periodo išraišką:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (4)$$

Tik mūsų atveju rutuliuką veikia ne tik sunkio jėga, bet ir elektrostatinio lauko jėga, kuri yra statmena pirmajai. Kadangi elektrostatinis laukas yra vienalytis (gravitacinis taip pat), pagal laukų superpozicijos principą jų poveikis sumuojasi geometriškai. Todėl formulę matematinei švytuoklei galime išreikšti

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a_r}} \quad (4)$$

Kur a_r yra įelektrinto rutuliuko laisvo judėjimo pagreitis dviejuose statmenuose laukuose, kuris gaunamas iš II Niutono dėsnio:

$$m\vec{a}_r = m\vec{g} + q\vec{E} \quad (5)$$

Iš brėžinio matome, kad:

$$ma_r = \sqrt{(mg)^2 + (qE)^2}; \tag{6}$$

tai:

$$a_r = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}; \tag{7}$$

Todėl:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{g^2+\left(\frac{qE}{m}\right)^2};}} \tag{8}$$

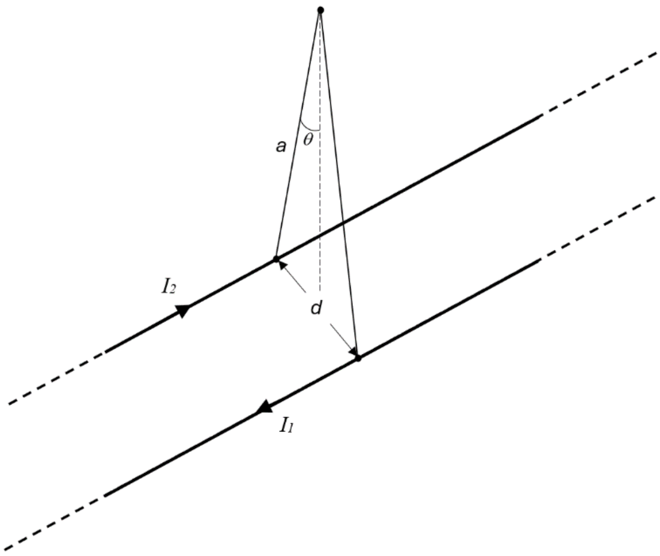
O dažnis:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\sqrt{g^2+\left(\frac{qE}{m}\right)^2};}{l}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\sqrt{9{,}8^2+\left(\frac{2\cdot10^{-6}\cdot2\cdot10^5}{80\cdot10^{-3}}\right)^2};}{0{,}3}} \approx 1\ Hz \tag{9}$$

Atsakymas: $D \approx 1\ N,\ f \approx 1\ Hz$

5. Uždavinys

Du 10 m ilgio laidai, kurių kiekvieno masė yra 100 g, pakabinti lygiagrečiai vienas kitam ant viršuje sujungtų ir nelaidžių labai lengvų siūlų (žr. 1 pav.), kurių ilgis yra 50 cm. Laidais teka priešingų krypčių nuolatinės elektros srovės, kurių stipriai yra I_1=I_2=10 A. Raskite atstumą tarp laidų *d*. (5 balai)



1 pav.

Sprendimas.

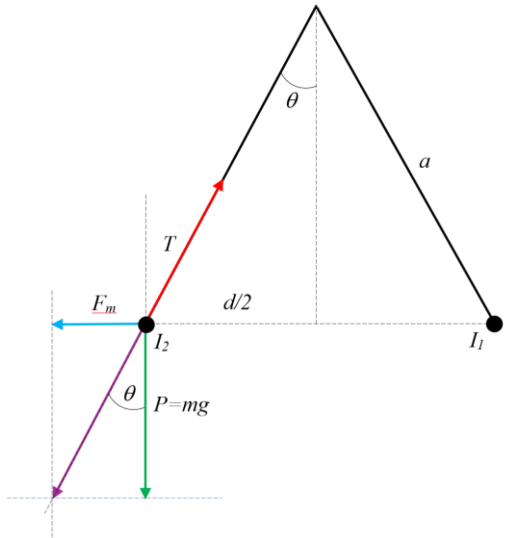
Pagal Ampero jėgos dėsnį, dviejų lygiagrečių laidų, kuriais teka elektros srovė, sąveikos jėga yra lygi:

$$F_m = \mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} \Delta l; \quad (1)$$

Laidus, turinčius masę veikia sunkio jėga:

$$P = mg; \quad (2)$$

Nusibraižom jėgų veikimo schemą:



Jeigu laidais teka priešingos krypties srovės, jie vienas kitą stumia.

Jėgų geometrinė suma lygi:

$m\vec{g} + \overrightarrow{F_m} = \vec{T};$
(3)

Kadangi F_m ir mg yra statmeni, pagal Pitagoro teoremą siūlo įtempio jėga yra lygi:

$T^2 = (mg)^2 + \left(\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} \Delta l\right)^2;$
(4)

Matome, kad (4) lygtyje nežinome įtempio jėgos T.

Pasinaudoję trigonometrijos sąryšiais:

$sin\theta = \frac{F_m}{T};$ (5)

ir $sin\theta = \frac{\frac{d}{2}}{a} = \frac{d}{2a};$ (6)

ir juos sulyginę, gauname T:

$T = \frac{F_m 2a}{d};$ (7)

Įstatę į (4):

$\frac{F_m^2 4a^2}{d^2} = (mg)^2 + \left(\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} \Delta l\right)^2;$ (8)

Įstatę (1) į (8), gauname:

$\left(\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} \Delta l\right)^2 \frac{4a^2}{d^2} = (mg)^2 + \left(\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi d} \Delta l\right)^2;$ (9)

pertvarkę:

$\left(\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi} \Delta l\right)^2 \frac{4a^2}{d^4} = (mg)^2 + \left(\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi} \Delta l\right)^2 \frac{1}{d^2};$ (10)

Padalinam (10) lygtį iš $-\left(\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi} \Delta l\right)^2 4a^2$ ir perkėlę visus narius į kairę gauname:

$-\frac{1}{d^4} + \frac{1}{a^2}\frac{1}{d^2} + \frac{(mg)^2}{4a^2\left(\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi} \Delta l\right)^2} = 0;$ (11)

Įvedame pasižymėjimus:

$\frac{(mg)^2}{4a^2\left(\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi} \Delta l\right)^2} = c;$ (12)

$\frac{1}{a^2} = b;$

(13)

$\frac{1}{d^2} = x;$ (14)

ir gauname kvadratinę lygtį:

$-x^2 + bx + c = 0$, kurios sprendiniai bus:

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2+4c}}{-2}$ ir $x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2+4c}}{-2}$ (15)

Paskaičiavę koeficientus iš (12) ir (13) $c = 10, b = 4$, gauname:

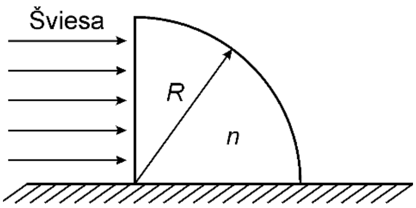
$x_1 = -1{,}75$ ir $x_2 = 5{,}74$, iš kurių atmetame neigiamą. Tada iš (10):

$d = \sqrt{\frac{1}{x}} = \sqrt{\frac{1}{5{,}74}} = 0{,}42\ m;$ (16)

Atsakymas: *d=0,42 m.*

6. Uždavinys

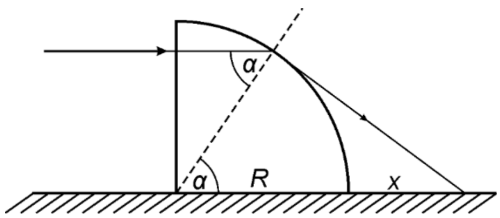
Ketvirčio cilindro formos stiklo prizmė padėta ant horizontalaus paviršiaus. Į jos vertikalią kraštinę iš šono sklinda šviesos pluoštas, kaip pavaizduota 1 pav. Nustatykite atstumą ant stalo nuo prizmės iki šviesos dėmės pradžios bei iki jos pabaigos, jeigu cilindro kreivumo spindulys *R*=5 cm, o stiklo lūžio rodiklis *n*=1,5? (5 balai)



1 pav.

Sprendimas

Laikykime, kad šviesos pluoštas yra sudarytas iš daugelio lygiagrečių šviesos spindulių. Jie kerta ketvirčio cilindro prizmės vertikalią plokštumą nekeisdami krypties kol skirtingais kritimo kampais krenta į lenktą cilindro paviršių. Paviršiaus normalės šviesos kirtimo taškuose yra cilindro spinduliai (1 pav.).



2 pav.

Kuo pluoštas aukščiau įeina į ketvirčio cilindro prizmę tuo didesnis jos kritimo į lenktą paviršių kampas. Kampas, kuriuo krenta šviesos spindulys (2 pav.), atitinka kampą prie kurio stebimas visiškasis vidaus atspindys. Todėl lūžta tik tie spinduliai, kurie yra arčiau stalo nei 2 pav. pavaizduotas spindulys. Šie spinduliai, lenktoje stiklas-oras riboje lūžę skirtingais kampais, pasieks stalą. Ribojantį atvejį atitinkantį artimiausią atstumą galima apskaičiuoti per kampą α remiantis Snelio dėsniu ir trigonometrine formule (2 pav.):

$\sin\alpha = \frac{1}{n} = \frac{2}{3}$ ir $\frac{R}{R+x} = \cos\alpha$ (1)

Iš sąryšio

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ (2)

gauname kvadratinę lygtį,

$5x^2 + 10Rx - 4R^2 = 0$ (3)

Iš ko gauname, kad teigiamas sprendinys yra *x*=1,71 cm. Jis atitinka artimiausią atstumą, kuriuo šviesa bus nutolusi nuo cilindro išorinio krašto.

Kadangi arčiau stalo sklindantys spinduliai riboje stiklas-oras sudaro mažesnius kampus, jie mažiau nukrypsta nuo savo pirminės eigos ir gali pasiekti stalo paviršių už didesniu atstumu.

Norisi manyti, jog šviesos pluoštas galėtų pasiekti neribotą atstumą ant stalo nes šviesa sklisdama prie pat stalo paviršiaus nepakeičia krypties. Tačiau tai nėra tiesa. Kiekvieno spindulio kelias gali būti aprašomas kaip kritimo kampo funkcija ir taip galima parodyti, kad šviesa visgi nenusklinda labai toli nuo prizmės.

Vietoje sudėtingų skaičiavimų, tolimiausią tašką galima rasti paprasčiau, t.y. laikant, kad ketvirčio cilindro prizmė salia stalo paviršiaus yra išgaubtas lęšis. Cilindrą sudaranti medžiaga iki išlenkto paviršiaus gali būti laikome plokštele, kuri neturi įtakos lęšiui. Tuomet išgaubtojo lęšio židinio nuotolį galima apskaičiuoti naudojant plonojo lęšio formulę

$\frac{1}{f} = \frac{n-1}{R}$ (4)

$f = \frac{R}{n-1} = \frac{5}{1.5-1} = 10\ cm$ (5)

Atsakymas: ant stalo dėmė išsitęs nuo 1,7 cm iki 10 cm .