

1. Uždavinys

Žmogaus širdis išstumia 70 ml kraujo 14000 Pa slėgiu su kiekvienu susitraukimu. Kokia yra širdies efektyvios vidutinės mechaninės galios priklausomybė nuo susitraukimų dažnio? (3 balai)

Sprendimas:

Darbas apskaičiuojamas naudojant

$$A = F\Delta x \quad (1)$$

čia – A atliktas darbas, F – veikianti jėga, Δx – atstumas kuriame veikia jėga F

Slėgio išraiška:

$$P = \frac{F}{S} \quad (2)$$

čia – F – veikianti jėga, S – plotas į kurį veikia jėga.

Galime išreikšti, kad $F = PS$. Laikant, kad širdies darbinis tūris yra cilindro formos galima jį išreikšti kaip:

$$\Delta V = S\Delta x \quad (3)$$

Tuomet pasinaudoję 1-3 išraiškomis galime užrašyti:

$$A = F\Delta x = PS\Delta x = P\Delta V \quad (4)$$

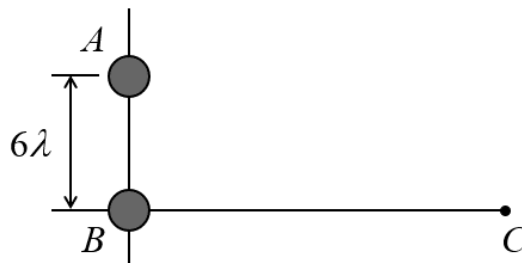
Širdies susitraukimo dažnis dažniausiai išreiškiamas kaip dūžiai per minutę (ang. Beats per Minute – BPM), jį pažymėkime f_{BPM} . Tuomet efektyviosios galios priklausomybę nuo dūžių per minutę galime išreikšti:

$$N(f) = P \Delta V f = 0,98 \left(\frac{f_{BPM}}{60} \right) = 0,98 f \text{ W} \cdot \text{Hz}$$

Atsakymas: $N(f) = 0,98 \left(\frac{f_{BPM}}{60} \right) \text{ W} \cdot \text{Hz}$ arba $N(f) = 0,98 f \text{ W} \cdot \text{Hz}$

2. Uždavinys

Dvi ta pačia faze spinduliuojančios radijo antenos (koherentiniai šaltiniai) yra išdėstytos taškuose A ir B , kurių tarpusavio atstumas lygus šešiams bangos ilgiams ($AB = 6\lambda$), kaip parodyta paveiksle. Radijo imtuvas juda tiesia linija iš taško B į tašką C , statmenai atkarpai AB . Kokiu mažiausiu atstumu $x > 0$ nuo taško B imtuvas aptiks maksimalų signalo intensyvumą? (3 balai)



Sprendimas:

Kadangi šaltiniai koherentiniai, maksimalus signalo intensyvumas (interferencijos maksimumai) bus tose vietose, kur bangų eigos (nueito kelio) skirtumas Δd lygus sveikam bangos ilgių skaičiui:

$$\Delta d = k \cdot \lambda, \quad (1)$$

čia $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, λ – bangos ilgis.

Atstumas nuo B iki imtuvo:

$$d_B = x.$$

Atstumas nuo A iki imtuvo (pagal Pitagoro teoremą):

$$d_A = \sqrt{(6\lambda)^2 + x^2}.$$

Bangų eigos skirtumas:

$$\Delta d = d_A - d_B = \sqrt{(6\lambda)^2 + x^2} - x.$$

Koki maksimumą renkamės?

Kai $x = 0$:

$$\Delta d = 6\lambda.$$

Judant tolyn nuo B, Δd mažėja, todėl artimiausias maksimumas bus tada, kai:

$$\Delta d = 5\lambda.$$

Lygties sprendimas:

$$\sqrt{(6\lambda)^2 + x^2} - x = 5\lambda;$$

Perkeliame:

$$\sqrt{(6\lambda)^2 + x^2} = x + 5\lambda;$$

Keliame kvadratu:

$$36\lambda^2 + x^2 = x^2 + 10\lambda x + 25\lambda^2;$$

Supaprastiname:

$$11\lambda^2 = 10\lambda x;$$

$$x = 1,1\lambda.$$

Atsakymas: Mažiausias atstumas $x > 0$ nuo taško B, kuriame imtuvas aptiks maksimalų signalo intensyvumą: $x = 1,1\lambda$.

3. Uždavinys

Žalia šviesa (bangos ilgis $\lambda_0 = 530 \text{ nm}$) iš vakuumo sklinda į vandenį ($n = 1,333$). Koks šios šviesos bangos ilgis ir dažnis vandenyje? **(3 balai)**

Sprendimas:

Šviesai pereinant į kitą terpę, jos dažnis nesikeičia, o bangos ilgis keičiasi pagal formulę:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}, \quad (1)$$

čia λ_0 – šviesos bangos ilgis vakuume.

Taigi šviesos bangos ilgis vandenyje

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{530 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{1,333} = 398 \cdot 10^{-9} \text{ m}.$$

Kadangi dažnis pereinant į kitą terpę nekinta, tai:

$$f = \frac{c}{\lambda_0}, \quad (2)$$

čia c – šviesos greitis vakuume. Taigi dažnis vandenyje

$$f = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{530 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 5,66 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

Atsakymas: Bangos ilgis vandenyje: $\lambda = 398 \cdot 10^{-9} \text{ m}$; Dažnis vandenyje: $f = 5,66 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$.

4. Uždavinys

Švytuoklinis laikrodis, kuris puikiai veikia Žemėje, Artemis III misijos metu yra nugabenamas į Mėnulį.

a) ar šis laikrodis Mėnulyje skubės, ar vėluos? (2 balai)

b) Jei laikrodis paleidžiamas lygiai 00:00, kiek jis rodys po vienos Žemės paros (t.y. po 24 valandų)? Laisvojo kritimo pagreitis Mėnulyje yra $1,63 \text{ m/s}^2$. (2 balai)

Sprendimas:

a) Švytuoklės periodas yra išreiškiamas

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (1)$$

Taigi, Mėnulyje, kur laisvojo kritimo pagreitis yra mažesnis, periodas bus ilgesnis, o laikrodis vėluos.

Atsakymas: laikrodis vėluos

b) Švytuoklės periodo santykis Mėnulyje ir Žemėje yra

$$\frac{T_{Mėn}}{T_{Žem}} = \frac{2\pi\sqrt{L/g_{Mėn}}}{2\pi\sqrt{L/g_{Žem}}} = \sqrt{\frac{g_{Žem}}{g_{Mėn}}} \quad (2)$$

Taigi, Žemės laikrodžio švytuoklė atlieka $\sqrt{g_{Žem}/g_{Mėn}}$ svyravimus, o Mėnulio laikrodis – 1,00 svyravimą. Kai Žemės laikrodis bus „susvyravęs“ 24 h ir vėl rodys 00:00, Mėnulio laikrodis bus „susvyravęs“

$$(24 \text{ h}) \sqrt{\frac{g_{Žem}}{g_{Mėn}}} = (24 \text{ h}) \sqrt{\frac{1,63 \text{ m/s}^2}{9,80 \text{ m/s}^2}} = 9,79 \text{ h} = 9 \text{ h } 47 \text{ min}$$

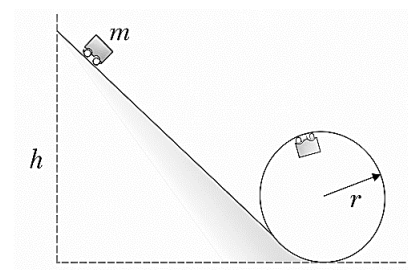
Atsakymas: 9h 47min

5. Uždavinys

Mažas vežimėlis, kurio masė m , rieda (neslysta) žemyn nuolydžiu, kuris veda į cilindrinę kilpą, kurios spindulys r . Iš kokio aukščio h vežimėlis turi nusileisti, kad įveiktų visą kilpą? Inercijos momento ir ratų pasipriešinimo riedėjimui nevertinkite. (5 balai)

Duota: m ; r

Rasti: h -?



Sprendimas:

Uždavinys bus sprendžiamas dviem žingsniais:

1. Vežimėlis turi spausti kilpą tam tikra jėga arba kilpa turi spausti vežimėlį tam tikra jėga. Vadinasi atramos reakcijos jėga turi būti $N \geq 0 \text{ N}$. Todėl, vežimėlis turi judėti tam tikru greičiu v , kad nenukristų kilpos viršutiniame taške. Greičiui nustatyti reikės spręsti dinamikos uždavinį.
2. Antrame žingsnyje taikysime energijos tvermės dėsnį. Iš jo nustatysime pradinį aukštį h .

1 žingsnis.

Minimalią greičio vertę nustatome pagal Niutono antrąjį dėsnį. Jėgos, veikiančios vežimėlį aukščiausiam kilpos taškui, yra $\vec{F}_g$ – sunkio jėga ir $\vec{N}$ – atramos reakcijos jėga. Vežimėlio įcentrinis pagreitis $\vec{a}_{ic}$ nukreiptas į kilpos centrą. Tuomet vežimėlio veikiančių jėgų vektorinė išraiška:

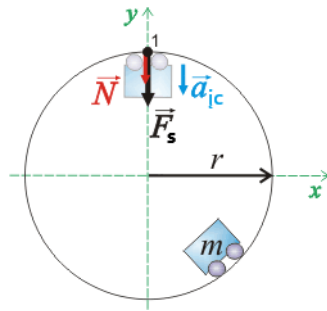
$$\vec{N} + \vec{F}_g = m\vec{a}_{ic} \quad (1)$$

Pasirenkame koordinates (kaip parodyta paveikslėlyje) ir užrašome lygties skaliarinę formą:

$$-N - F_g = -ma_{ic} \quad (2)$$

$$N + mg = ma_{ic} \quad (3)$$

čia m – vežimėlio masė, g – laisvojo kritimo pagreitis.



Kad vežimėlis neprarastų kontakto su kilpa aukščiausiam taške, atramos reakcijos jėga ribiniu atveju turi būti lygi nuliui: $N = 0 \text{ N}$. Tuomet lygtis atrodo taip:

$$mg = ma_{ic} \quad (4)$$

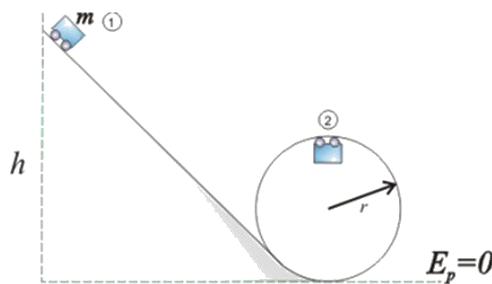
$$mg = m \frac{v^2}{r} \quad (5)$$

čia v – minimalus greitis, reikalingas aukščiausiam kilpos taške, r – cilindrinio paviršiaus spindulys. Greitį v išreiškiame taip:

$$g = \frac{v^2}{r} \quad (6)$$

$$v = \sqrt{gr} \quad (7)$$

2 žingsnis.



Remiantis mechaninės energijos tvermės dėsniu randame reikiamą aukštį. Aprašome pilnutinę energiją vežimėlio paleidimo metu (7):

$$E_1 = E_{p1} + E_{k1} = E_{p1} \quad (8)$$

ir kai jis pasiekia aukščiausią kilpos tašką (2):

$$E_2 = E_{p2} + E_{k2} \quad (9)$$

čia E_{p1} – potencinė energija aukštyje h , E_{p2} – vežimėlio potencinė energija aukščiausiam kilpos taške, E_{k2} – vežimėlio kinetinė energija aukščiausiam kilpos taške.

Pagal energijos tvermės dėsni:

$$E_1 = E_2 \quad (10)$$

$$E_{p1} = E_{p2} + E_{k2} \quad (11)$$

$$mgh = mg2r + \frac{1}{2}mv_1^2 \quad (12)$$

Naudojama v išraišką iš lygties (7):

$$mgh = mg2r + \frac{1}{2}mgr \quad (13)$$

$$h = \frac{5r}{2} \quad (14)$$

Atsakymas: Aukštis, reikalingas vežimėliui pravažiuoti visą kilpą, yra $h = \frac{5r}{2}$

6. Uždavinys

Valtis gali plaukti 3 m/s greičiu ramiame vandenyje. Valtininkas nori perplaukti upę, įveikdamas kuo trumpesnę atstumą. Kuria kryptimi jis turėtų iirtis, kranto atžvilgiu, jei vandens greitis yra a) 2 m/s b) 4 m/s? Laikykite, kad vandens greitis visur yra vienodas. **(6 balai)**

Duota: $v_0 = 3 \text{ m/s}$, $u_a = 2 \text{ m/s}$, $u_b = 4 \text{ m/s}$

Rasti: α ir β - ?

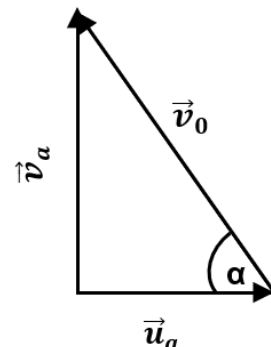
Sprendimas:

a) Trumpiausias kelias yra statmenas krantui ir valtis plaukia šia kryptimi, jei valtininkas irkluoja paveiksle parodyta kryptimi greičiu $\vec{v}_0$. Gaunamas statusis trikampis, o:

$$\cos \alpha = \frac{u_a}{v_0}$$

Tuomet:

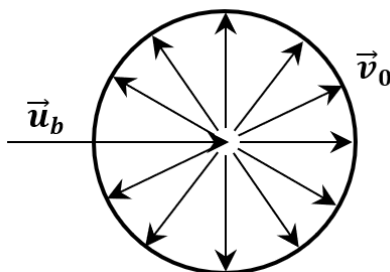
$$\alpha = \arccos\left(\frac{u_a}{v_0}\right) = \arccos\left(\frac{2}{3}\right) \approx 48,2^\circ$$



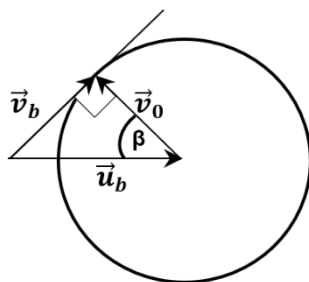
Pagal Pitagoro teoremą valtės galutinis greitis (kryptimi, statmena krantui) yra $\sqrt{5} \text{ m/s} \approx 2,24 \text{ m/s}$. Taigi valtininkas turi irkluoti prieš srovę kampu $\alpha \approx 48^\circ$, o valtės judėjimo greitis bus $v_a \approx 2,24 \text{ m/s}$.

Atsakymas: $\alpha \approx 48^\circ$ prieš srovę.

b) Šiuo atveju upės srovė yra tokia stipri, kad valtis bus nešama pasroviui net jei valtininkas irklus visu greičiu prieš srovę. Tai reiškia, kad, priešingai nei ankstesniame atvejyje, jis negali pasirinkti tokios krypties, kad judėtų statmenai krantui. Galimos valtės judėjimo kryptys gali būti nustatytos sudedant valtės greičio vektorius ramiame vandenyje ($\vec{v}_0$) su upės srovės greičio vektoriumi ($\vec{u}_b$). Nubraižius upės greičio vektorių ($\vec{u}_b$), iš jo galinio taško galima nubrėžti visus galimus valtės greičio vektorius ($\vec{v}_{0i}$), kurių modulis lygus valtės greičiui ramiame vandenyje (3 m/s). Šių vektorių galiniai taškai sudaro apskritimą.



Valtės greitis kranto atžvilgiu gaunamas sujungus upės greičio vektoriaus pradžią su bet kuriuo tašku ant šio apskritimo. Trumpiausią kelią per upę atitiks tas atvejis, kai šis suminis greičio vektorius sudaro didžiausią kampą su upės tėkmės kryptimi. Tai įvyksta tada, kai valtės greičio vektoriaus veikimo linija yra apskritimo liestinė.



Tokiu atveju gaunamas stačiasis trikampis, kurio kraštinės yra:

- upės srovės greitis $\vec{u}_b$,
- valtės greitis ramiame vandenyje $\vec{v}_0$.

Iš trikampio gauname

$$\cos\beta = \frac{v_0}{u_b} = \frac{3}{4},$$

todėl

$$\beta \approx 41^\circ.$$

Taigi valtininkas turi irtis prieš srovę maždaug $\sim 41^\circ$ kampu su krantu. Panaudojus Pitagoro teoremą $v = \sqrt{7} \text{ m/s}$.

Iš brėžinio taip pat matyti, kad šiuo atveju valtis perplauks upę įveikdama kelią, kuris yra $\frac{4}{3}$ upės pločio.

Atsakymas: $\beta \approx 41^\circ$ prieš srovę.

7. Uždavinys iš Tiktok

Ką rodys dinamometras? (1 balas)

Sprendimas:

Kiekvienas pakabintas svoris yra 100 N, todėl pusiausvyros būsenoje virvės įtempimo jėga yra 100 N visame virvės ilgyje.

Dinamometras matuoja virvės įtempimo jėgą, o ne jėgų atstojamąją. Nors virvė traukiama iš abiejų galų, kiekviena pusė traukia 100 N jėga, todėl virvės įtempimas išlieka 100 N.

Atsakymas: 100 N

