

1. Uždavinys

Prie lifto kabinos lubų pritvirtinta matematinė švytuoklė, kurios ilgis $l = 1,2$ m. Kai liftas stovi, švytuoklė nukreipiama į šoną taip, kad siūlas sudarytų 8° kampą su vertikale, ir paleidžiama be pradinio greičio. (3 balai)

- a. Apskaičiuokite švytuoklės svyravimo periodą, kai liftas stovi.

Liftas pradeda kilti aukštyn su pastoviu pagreičiu $a = 2,0$ m/s²

- b. Apskaičiuokite naują švytuoklės svyravimo periodą.
c. Palyginkite, kaip pasikeičia periodas (kiek procentų jis padidėja ar sumažėja).
d. Apskaičiuokite didžiausią rutuliuko greitį, jeigu liftas kyla su pagreičiu a , o pradinis švytuoklės nukreipimo kampas išlieka toks pats (8°).

Sprendimas

- a. Matematinės švytuoklės (mažų kampų) svyravimo periodas: $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{1,2}{9,8}} \approx 2,20 \text{ s}$$

- b. Kai liftas kyla aukštyn su pastoviu pagreičiu, švytuoklė yra neineracinėje atskaitos sistemoje. Tokiu atveju įvedama efektyvioji gravitacija, nes inercinė jėga veikia žemyn, kartu su sunkio jėga.

$$g_{ef} = g + a = 9,8 + 2,0 = 11,8 \frac{m}{s^2};$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_{ef}}} = 2\pi \sqrt{\frac{1,2}{11,8}} \approx 2,01 \text{ s}$$

- c. Periodų palyginimas:

$$\frac{T}{T_0} = \frac{2,01}{2,20} \approx 0,91$$

Periodas sumažėja $\approx 9\%$

- d. Aukščio pokytis, kai švytuoklė atitraukta kampu $\varphi = 8^\circ$

$$h = l - l \cos \varphi = l(1 - \cos \varphi) = 1,2(1 - \cos 8^\circ) \approx 0,012 \text{ m}$$

Potencinė energija: $E_p = m g_{ef} h$

Pusiausvyros padėtyje energija virsta kinetine $E_k = \frac{1}{2} m v_{max}^2$

Energijos tvermės dėsnis

$$mg_{ef}h = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

Iš čia:

$$g_{ef}h = \frac{1}{2}v_{max}^2$$

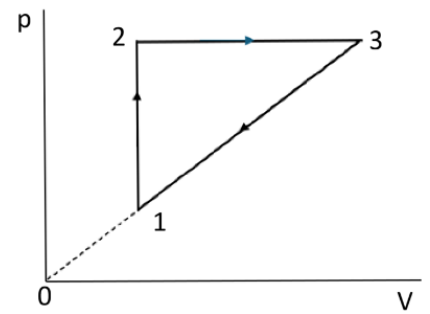
$$v_{max} = \sqrt{2g_{ef}h}$$

$$v_{max} = \sqrt{2 \cdot 11,8 \cdot 0,012} \approx 0,53 \frac{m}{s}$$

Ats.: a) $T_0 \approx 2,20 \text{ s}$; b) $T \approx 2,01 \text{ s}$; c) Periodas sumažėja 9 proc. d) $0,53 \frac{m}{s}$

2. Uždavinys

Dujos nuosekliai pereina iš būsenos 1, kurioje jų temperatūra yra $T_1=300\text{ K}$ į būseną 2, kurioje temperatūra pasikeičia į $T_2=400\text{ K}$, o po to į būseną 3, kurioje temperatūra pasiekia T_3 , taip kaip parodyta paveiksle. Raskite temperatūrą būsenoje 3 T_3 . (4 balai)



Sprendimas

Procesui 3-1

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_3 V_3}{T_3}$$

$$T_3 = T_1 \frac{p_3 V_3}{p_1 V_1}$$

Iš proceso 1-2, kadangi izochorinis, randame

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Kadangi iš brėžinio matyti $p_2 = p_3$. Tada

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \quad (1)$$

Iš

$$T_3 = T_1 \frac{T_2 V_3}{T_1 V_1} = \frac{T_2 V_3}{V_1} \quad (2)$$

Santykį V_3/V_1 būtų galima rasti iš proceso 2-3, kadangi izobarinis, randame

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_3}{T_3}$$

Kadangi iš brėžinio matyti $V_1 = V_2$, todėl

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_2}$$

Tačiau tai įstačius į T_3 išraišką (2) gauname trivialų sprendinį, kuris neduoda norimo rezultato.

$$T_3 = \frac{T_2 T_3}{T_2} = T_3$$

Todėl reikia ieškoti kito būdo santykiui V_3/V_1 rasti.

Iš brėžinio matyti, kad procesas 3-1 gali būti aprašomas tiesės lygtimi

$$p = kV$$

Todėl

$$p_1 = kV_1$$

$$p_3 = kV_3$$

Todėl

$$\frac{V_3}{V_1} = \frac{p_3}{p_1}$$

Jau anksčiau buvome radę (1)

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

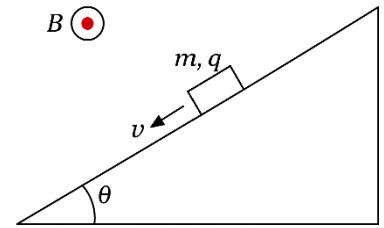
Įstatę į T_3 išraišką (2), gauname norimą sprendinį

$$T_3 = \frac{T_2^2}{T_1}$$

$$T_3 = \frac{400^2}{300} \approx 533,3K$$

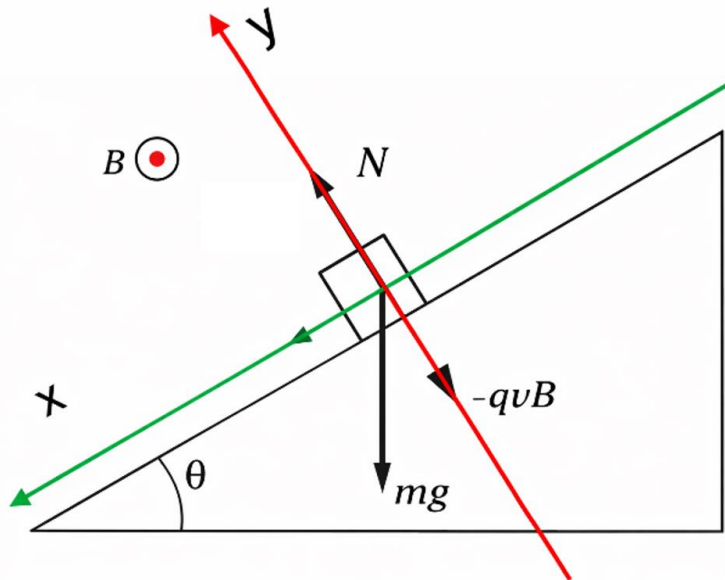
3. Uždavinys

Masės $m=200$ g ir neigiamu krūviu $q=-0,25$ C įelektrintas kūnas slysta elektriškai neutralia nuožulnia plokštuma, kurios posvyrio kampas $\theta=30^\circ$. Kūno trinties su plokštuma koeficientas yra $k=0,333$. Sistema yra vienalyčiame magnetiniame lauke, kurios magnetinė indukcija yra $B=1$ T (žr. pav.). Koks bus nusistovėjęs kūno judėjimo greitis? (5 balai)



Sprendimas

Naudodami kairės rankos taisyklę nustatome Lorencio jėgos kryptį ir nusibraižome jėgų poveikio schemą



Iš schemos matosi, kad Lorencio jėga, statmena v ir B , didėjant greičiui spaudžia kūną į apačią ir didina trinties jėgą. Kai ji susilygina su sunkio jėgos komponente, kūnas pradeda judėti be pagreičio.

II Niutono dėsnis šiam judančiam kūnui bus:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{tr} + \vec{N} + \vec{F}_L = m\vec{a}; \quad (1)$$

Jėgų projekcija į y kryptį (statmenai plokštumai):

$$N - mg \cos\theta - |q|vB = 0 \quad (2)$$

$$N = mg \cos\theta + |q|vB \quad (3)$$

Jėgų projekcija į x kryptį (išilgai plokštumos):

$$ma = mg \sin\theta - kN \quad (4)$$

Įstatę N , gauname pagreitį kaip greičio funkciją:

$$a(v) = g \sin\theta - k g \cos\theta - \left(\frac{k |q|B}{m}\right) v \quad (5)$$

Nusistovėjęs greitis gaunamas iš sąlygos $a = 0$:

$$0 = g \sin\theta - k g \cos\theta - \left(\frac{k |q|B}{m}\right) v_{st} \quad (6)$$

Išsprendę pagal v_{st} :

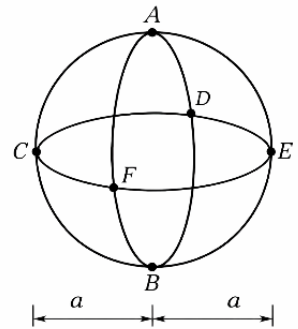
$$v_{st} = m g \frac{(\sin\theta - k \cos\theta)}{(k |q|B)} \quad (7)$$

$$v_{st} = 0,2 \cdot 9,81 \frac{(\sin 30 - 0,33 \cos 30)}{(0,33 \cdot 0,25 \cdot 1)} = 5 \text{ m/s} \quad (8)$$

Atsakymas.: $v_{st} = 5 \text{ m/s}$

4. Uždavinys

Trys vienodi variniai žiedai, kurių spindulys $a=10$ cm, sujungti tarpusavyje taip, kaip parodyta brėžinyje. Vielos skersmuo $d=1$ mm, vario savitoji varža $\rho=1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$. Apskaičiuokite varžą tarp taškų A–B. (4 balai)



Sprendimas

Vielos skerspjūvio plotas:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} \quad (1)$$

1) Varža tarp taškų A ir B

Iš simetrijos matyti, kad taškai C, D, E ir F turi tą patį potencialą, todėl per žiedą CDEF srovė neteka. Grandinė ekvivalenti keturiems lygiagrečiai sujungtiems pusžiedžiams ACB, ADB, AEB ir AFB.

Vieno pusžiedžio ilgis:

$$l_1 = \pi a \quad (2)$$

Vieno pusžiedžio varža:

$$r_0 = \frac{\rho l_1}{S} = \frac{\rho \pi a}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4\rho a}{d^2} \quad (3)$$

Keturi vienodi pusžiedžiai sujungti lygiagrečiai, todėl:

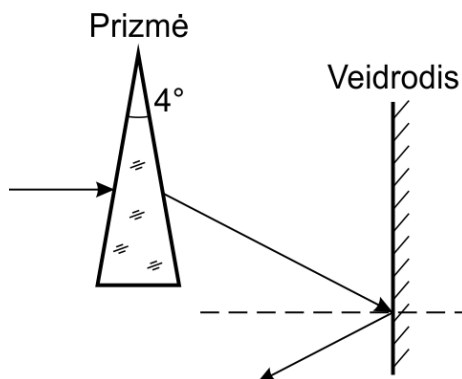
$$R_{AB} = \frac{r_0}{4} = \frac{\rho a}{d^2} \quad (4)$$

$$R_{AB} = \frac{1,7 \cdot 10^{-8} \cdot 0,1}{10^{-6}} = 1,7 \text{ m}\Omega \quad (5)$$

Atsakymas: $R_{AB} = 1,7 \text{ m}\Omega$

5. Uždavinys

Horizontalus šviesos spindulys praeina per 4° kampo viršūnės lygiašonę prizmę, kurios lūžio rodiklis yra $n=1,50$ ir tada pataiko į vertikalų veidrodį, kaip parodyta paveiksle. Koku kampu reikia pasukti veidrodį, kad po atspindžio spindulys vėl būtų horizontalus? (5 balai)

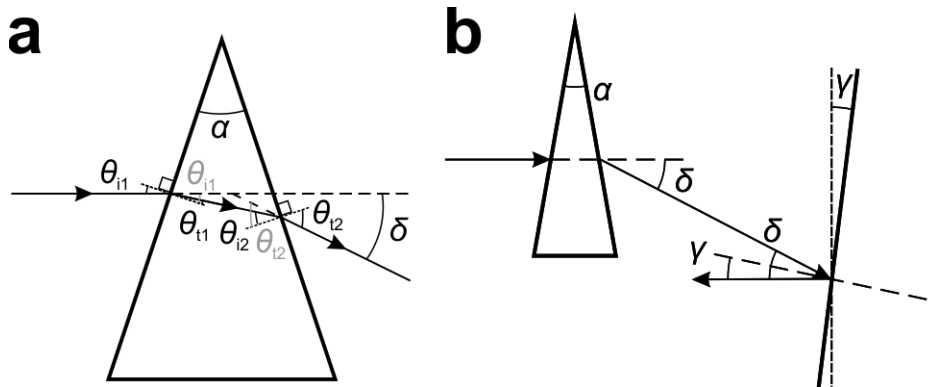


Sprendimas:

Šviesa prizmėje lūžta du kartu riboje oras/stiklas ir riboje stiklas/oras todėl norint įvertinti pluošto polinkio kampą nuo horizonto galime du kartu pasinaudoti lūžio dėsniu (2 pav. a):

$$\frac{\sin \theta_{i1}}{\sin \theta_{t1}} = \frac{n}{1} \quad (1)$$

$$\frac{\sin \theta_{i2}}{\sin \theta_{t2}} = \frac{1}{n} \quad (2)$$



2 pav.

Kadangi viršūnės kampas yra labai mažas ($\alpha = 4^\circ$), tai ir šviesos kritimo (θ_{i1}, θ_{i2}), bei lūžio (θ_{t1}, θ_{t2}) kampai yra maži, laikant, kad $\sin \theta \approx \theta$, (1) ir (2) galima supaprastinti:

$$\theta_{t1} = \frac{\theta_{i1}}{n} \quad (3)$$

$$\theta_{t2} = n\theta_{i2} \quad (4)$$

Nagrinėjant prizmėje ties šviesos lūžio taškais susidariusį trikampį ir žinant prizmės viršūnės kampą galima parašyti tokių kampų sąryšį:

$$(90^\circ - \theta_{t1}) + (90^\circ - \theta_{i2}) + \alpha = 180^\circ \quad (5)$$

Suprastinus (5) gauname:

$$\theta_{i2} = \alpha - \theta_{t1} \quad (6)$$

I (4) įstatę (6) ir (3) gauname:

$$\theta_{t2} = n \left(\alpha - \frac{\theta_{i1}}{n} \right) = n\alpha - \theta_{i1} \quad (7)$$

Horizontaliai šviesai sklindant ji nuo pradinės trajektorijos nukrypsta du kartus pirmą kartą nuokrypis nuo horizontalios linijos yra $\theta_{i1} - \theta_{t1}$ kadangi kampas vertinant nuo pratęstos horizontalios linijos tampa mažesnis (žr. **2 pav. a**). Šviesai lūžtant antrą kartą spindulys nukrypsta papildomai kampą $\theta_{t2} - \theta_{i2}$ (žr. **2 pav. a**). Bendrai polinkio kampas nuo horizonto δ yra:

$$\delta = (\theta_{i1} - \theta_{t1}) + (\theta_{t2} - \theta_{i2}) \quad (8)$$

Pertvarkę (8) gauname

$$\delta = \theta_{i1} + \theta_{t2} - (\theta_{t1} + \theta_{i2}) \quad (9)$$

Atsižvelgę į (5) galime perrašyti (9) ir įsistatyti (7):

$$\delta = \theta_{i1} + \theta_{t2} - \alpha = \theta_{i1} + n\alpha - \theta_{i1} - \alpha = \alpha(n - 1) \quad (10)$$

Taigi, mažo kampo lygiašonėje prizmėje lūžusios šviesos kampas δ apytiksliai apskaičiavus pagal (10) išraišką bus:

$$\delta \approx 4^\circ (1,5 - 1) = 2^\circ \quad (11)$$

Bendru atveju, nevertinant mažų kampų aproksimacijos ir naudojantis tais pačiais lūžio dėsniais bei įvertinus kritimo kampą galima parodyti, kad polinkio kampas δ yra:

$$\begin{aligned} \delta &= \theta_{i1} - \alpha + \sin^{-1} \left[\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_{i1}} \sin \alpha - \sin \theta_{i1} \cos \alpha \right] = \\ &= \left(90 + \frac{4}{2} \right) - 4 + \sin^{-1} \left[\sqrt{1,50^2 - \sin^2 \left(90 + \frac{4}{2} \right)} \sin 4 - \sin \left(90 + \frac{4}{2} \right) \cos 4 \right] \approx 1,66 \end{aligned} \quad (12)$$

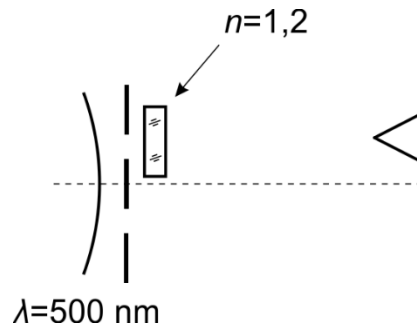
Iš **2 pav. b** matome, kad tam, jog nuo veidrodžio atspindėtas spindulys būtų horizontalus, veidrodį reikia pasukti pagal laikrodžio rodyklę kampą γ , kuris bus:

$$\gamma = \delta/2 = 1^\circ. \quad (13)$$

Atsakymas: veidrodį reikia pasukti 1°

6. Uždavinys

Dviejų plyšių Young'o interferencijos eksperimentas sudarytas taip, kaip parodyta paveiksle, o šviesos bangos ilgis yra $\lambda = 500 \text{ nm}$. Kai už vieno iš plyšių įdedama plona skaidrios medžiagos plėvelė, nulinės eilės šviesi interferencinio maksimumo juosta pasislenka į padėtį, kuri anksčiau priklausė ketvirtos eilės juostai. Plėvelės lūžio rodiklis yra $n = 1,2$. Koks yra plėvelės storis? (4 balai)



Sprendimas:

Interferenciniai maksimumai susidaro kai optinis kelio skirtumas yra:

$$\Delta = m\lambda. \quad (1)$$

Todėl

$$\delta\Delta = \lambda\delta m. \quad (2)$$

Kai plėvelė įdedama taip, kaip parodyta **3 pav.**, optinis kelių skirtumas pasikeičia:

$$\delta\Delta = t(n - 1), \quad (3)$$

kur t yra plėvelės storis. Kadangi žinoma jog interferencijos raštas pasislenka per 4 juostas,

$$\delta m = 4. \quad (4)$$

Todėl (4) įstatę į (2) ir prilyginę (3) ir gauname:

$$t(n - 1) = 4\lambda, \quad (5)$$

tuomet išsireiškę t gauname:

$$t = 4\lambda / (n - 1) = 10 \text{ } \mu\text{m}. \quad (6)$$

Atsakymas: plėvelės storis $10 \text{ } \mu\text{m}$